Shannonsche Formel in statistischer Physik und Humatics

Ein wichtiges Ergebnis der Humatics ist die Verbindung zwischen Physik und Ökonomie. In der Shannonschen Formel liegt diese Verbindung vor. Warum sie diese Bedeutung hat, wird hier erläutert. Zunächst werden die statistischen Grundlagen dargelegt, anschließend können die Unterschiede in Herleitung und Nutzung der Formel zwischen statistischer Physik und Humatics aufgezeigt werden. Von besonderer Bedeutung ist die Begründung der Shannonschen Formel allein aus humatischen Forderungen, womit der Informationsbegriff – bisher allein aus statistischen Aspekten heraus abgeleitet – eine übergeordnete Einordnung erhält. In diesem Sinne wird auf die Analyse der Unterschiede zwischen physikalisch-statistischer Information und operablen Wissenseigenschaften besonders Wert gelegt. Dazu dient vor allem auch das fundamentale Wissensmerkmal Innovation und der Zusammenhang mit "Neuheit" in der Physik. Wir nutzen hier Automaten, um den Kontrast zu operablem Wissen deutlich hervorzuheben. Diese vielen wechselweisen Beziehungen zwischen statistischer Physik und operablen Wissenseigenschaften begründen die Bedeutung der Humatics als Brückenschlag zwischen Physik und Ökonomie und geben damit auch Anregungen für weitere Brückenschläge weit über diese beiden Disziplinen hinaus.

Zur statistisch-physikalischen Nutzung der Shannonschen Formel

Auf der Suche nach einem Informationsmaß sind Physiker/Mathematiker[10] davon ausgegangen, dass seltene Ereignisse bei ihrem Auftreten einen höheren Informationswert haben, als es bei häufigem Auftreten der Fall ist. Wenn jemand uns mitteilt, dass er im Lotto einen großen Betrag gewonnen hat, ist das seltener und damit informativer, als wenn wir hören, er habe wieder nichts gewonnen.

In Form von Würfeln stehen exzellente Versuchswerkzeuge zur Verfügung, um auch Nichtspezialisten den Shannonschen Informationsbegriff näher zu bringen. Wenn beim Würfeln mit zwei Würfeln z. B. zwei "Sechsen" oben liegen sollen, ist das seltener als z. B. 3, 4 vorzufinden. Das folgt daraus, dass die unterschiedlichen Zahlen auf zwei Weisen zustande kommen. Der erste Würfel kann 3 und der zweite 4 zeigen oder umgekehrt, womit die unterschiedlichen Zahlen häufiger auftreten als gleiche. Wenn ein guter Würfel bei vielfachem Werfen in 1 / 6 aller Fälle eine 6 zeigt, dann kann man sich leicht durch probieren davon überzeugen, dass zwei "Sechsen" in 1 / 6 x 1 / 6 der Fälle, also in 1 / 36 der Fälle oben liegen. Benutzen

[10] Der Informationsbegriff wurde in den vierziger Jahren des letzten Jahrhundert durch die amerikanischen Wissenschaftler R.V.L. Hartley, C.E. Shannon, W. Weaver in seiner heute genutzten Form geschaffen. Ziel war es, Bedeutungsinhalte von mathematisch, messbaren Eigenschaften zu trennen. In Europa wurde der Begriff durch N. Wiener (mit seiner Kybernetik) vielfach verbreitet.

wir dies Gesetz der Multiplikation, ist erkennbar, dass die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Auftreten von zwei Zahlen kleiner wird, während die Information nach der Eingangbemerkung wachsen sollte. Suchen wir ein Maß, dass mit der Seltenheit der Ereignisse wächst, könnten wir auf die Idee kommen, den Kehrwert vorstehender Brüche, also 6 x 6 = 36 zu verwenden. Bei einem dritten Würfel erhalten wir die Zahl 6 x 6 x 6 = 216 usw. Ein solches Informationsmaß wächst zwar, aber es wächst ungleichmäßig (nicht linear, hier exponentiell). Das widerspricht unserem Empfinden, das uns sagt: Wenn in einem Würfel eine bestimmte Informationsmenge steckt, dann soll in drei Würfeln auch die dreifache Informationsmenge stecken. Wir suchen also nach einer Zahl, die additiv wächst, wenn Wahrscheinlichkeitszahlen als Brüche sich multiplikativ (exponentiell) verkleinern.

Um aus diesem Dilemma herauszukommen, schauen wir uns an, in welch bequemer Weise Mathematiker die Multiplikation von gleichen Zahlen behandeln. Das ist in Formel 7, in der ersten Zeile dargestellt. Sie schreiben die wiederholte Multiplikation einer Zahl in Form einer Hochzahl: $4 = 2^2$; $8 = 2^3$; $16 = 2^3$ usw. Mit diesem Zusammenhang haben wir, was wir suchen: Die Hochzahl (Exponent) wächst additiv, wenn das Ergebnis multiplikativ wächst. Da wir es oben mit der Multiplikation von Bruchzahlen zu tun hatten, schauen wir uns in Zeile 2 an, wie auch dies von Potenzzahlen erledigt wird. Zunächst werden in Zeile 2 zwei Potenzzahlen dividiert bei der der Zähler größer ist als der Nenner: $2^5 / 2^3$. Werden die Zahlen in Zeile 2 der Formel 7 oberhalb und unterhalb des Bruchstriches gekürzt, bleibt oben zweimal die 2 stehen. Dies Ergebnis ergibt sich auch, wenn die unterhalb des Bruchstriches stehenden Potenzen von den oberhalb stehenden subtrahiert werden. Ist der Nenner größer als der Zähler, wie in Zeile 3 dargestellt, führt die Subtraktion des größeren negativen Exponenten zu einem negativen Rest. Derart stellen negative Exponenten Brüche dar. Werden Brüche multipliziert, müssen wir die negativen Zahlen addieren, was in Zeile 4 dargestellt ist.

$$\mathbf{1:}\quad 2\cdot 2 = 2^2 \;;\quad 2\cdot 2\cdot 2 = 2^3 \;;\quad 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 = 2^6 \;;\quad 2 = 2^1$$

$$\mathbf{2:}\quad \frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2\cdot 2} = \frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

$$\mathbf{3:}\quad \frac{2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2} = \frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\mathbf{3:}\quad \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2^2}\cdot\frac{1}{2^1} = 2^{(-2)+(-1)} = 2^{-3}$$

Formel 7: Beispiele für Potenzen zur Basis 2.

Mit den Darstellungen der Formel 7 haben wir unser Ziel erreicht: Ein Exponent wächst auch bei Brüchen additiv (addieren von negativen Zahlen) wenn die Brüche multipliziert werden. Um die Shannonsche Bestimmung einer Informationsmenge zu verstehen, müssen wir uns nur noch anschauen, wie die Mathematiker den Exponenten "wieder nach unten bekommen". Die Mathematiker deuten mit dem Zeichen ld (logarithmus digitalis) an, dass die Hochzahl zur Basiszahl 2 heruntergeholt wird, also gilt: 3 = ld 2^3, 4 = ld 2^4 usw. wofür natürlich auch geschrieben werden kann: 3 = ld 8, 4 = ld 16 usw. Es ist abschließend zu bemerken, dass sich jede beliebige Zahl als ein Potenzausdruck zur Basis 2 schreiben lässt[11], womit der Ausdruck ld von einer beliebigen Zahl immer zu bilden ist. Wenn ld 6 z.B. nicht als ganze Zahl geschrieben werden kann, dann ist es eine gebrochene, die zwischen den am nächsten infragekommenden Zahlen also hier zwischen ld 4 = 2 und ld 8 = 3 liegen muss. Es ergibt sich mit einem Taschenrechner ld 6 = 2.585[12] oder anders geschrieben 6 = $2^{2.585}$ bzw. wenn es der Bruch 1 / 6 ist, gilt 1 / 6 = $2^{-2.585}$, womit – 2.585 = ld 1 / 6 ist. Soll das Minuszeichen vermieden werden gilt: 2.585 = - ld 1 / 6. Zur Interpretation der Shannonschen Formel müssen wir nicht weiter in Details einsteigen. Hingewiesen sei hier nur auf die ergänzenden Ausführungen im Rahmen der Erläuterung des Entropiebegriffes (Abbildung 12, Seite 35 und "Innovation und Entropie", ab Seite 94).

Die hier dargestellten Zusammenhänge hat Shannon für sein Informationsmaß genutzt. Er benutzte das Symbol ld, um von einem Bruch – wie z. B. als Wahrscheinlichkeitsmaß bei Würfeln gegeben – eine additive Größe als Informationsmenge zu erhalten. Mit unseren Kenntnissen wäre für einen Würfel die Information, dass eine "Sechs" erscheint, gegeben zu - ld 1 / 6 = 2.585. Für das Zusammentreffen von zwei "Sechsen" ergibt sich nun – ld 1 / 36 = 5.170 was genau 2.585 + 2.585 ist. Somit steckt in einem Würfel die Informationsmenge von 2.585 Informationseinheiten und in zwei Würfeln das doppelte dieses Wertes, bei drei Würfeln das Dreifache usw. Informationsmengen sind addierbar geworden.

$$\mathbf{1:}\quad \boldsymbol{H_S} = -\left(\frac{1}{16}\,ld\,\frac{1}{16}+\frac{4}{16}\,ld\,\frac{4}{16}+\frac{4}{16}\,ld\,\frac{4}{16}+\frac{1}{16}\,ld\,\frac{1}{16}+\frac{4}{16}\,ld\,\frac{4}{16}+\frac{2}{16}\,ld\,\frac{2}{16}\right)\quad \mathbf{[bit]}$$

$$\mathbf{2:}\quad \boldsymbol{H_S} = -\left(\frac{3*4}{16}\,ld\,\frac{4}{6}+\frac{1*2}{16}\,ld\,\frac{2}{6}+\frac{2*1}{16}\,ld\,\frac{1}{6}\right)=\frac{19}{8}=2.375\quad \mathbf{[bit]}$$

$$\mathbf{3:}\quad \boldsymbol{H_S} = -6*\left(\frac{1}{6}\,ld\,\frac{1}{6}\right) = -ld\,\frac{1}{6} = 2.575\ \mathbf{[bit]}$$

Formel 8: Shannonscher Informationswert von Würfeln

Shannon war noch nicht ganz zufrieden[13]. Er wollte, dass in das Informationsmaß auch die Ungleichmäßigkeit der Ereignisse eingeht, was vorliegt, wenn z. B. die 1 häufiger erscheint als andere Zahlen. Indem er die oben hergeleiteten Informations-

[11] Es kann jede beliebige Zahl als Basis für Potenzrechnungen verwendet werden. Ich der Kommunikationstheorie wird als Basis die Zahl 2 verwendet, da in der Übertragung von Zeichenketten deren Länge durch Kombinationen von 0, 1 additiv darstellbar ist: 3 Zeichen → "11", 4 Zeichen → "100", 5 Zeichen → 101 usw.

[12] Wenn auf dem Taschenrechner nur das Symbol Log steht, muss das Ergebnis durch Log 2 geteilt werden, also ld 6 = Log 6 / Log 2, um den Logarithmus zur Basis 2 zu erhalten.

[13] Shannon fordert in seinem Originalartikel: "…H should be the weighed sum of the individual values of H" (siehe [5]). Diese Formulierung kommt der weiter unten angeführten humatischen Forderung nahe.

zahlen mit der Häufigkeit ihres Auftretens gewichtet, ist dies Ziel erreicht. Das Ergebnis ist beispielhaft in Formel 8 dargestellt. In Zeile 1 sind sämtliche 6 Zahlen (Ereignisse), die ein Würfel zeigen kann dargestellt. Die Zahl 1 taucht z. B. in 1 / 16, die Zahl 6 in 2 / 16 aller Fälle auf. In Zeile 2 ergibt sich als Ergebnis der Zeile 1 die Zahl 2.375.

In Zeile 3 vorstehender Formel ist ein gleichmäßiger Würfel angegeben, es ergibt sich der oben bereits abgeleitete Wert 2.575. Als Maß für Informationsmengen wird die Einheit [bit] verwendet. Diese Einheit ist inzwischen allgemein bekannt und taucht zumeist in der Form von Byte (d.h. 1 Byte = 8 bit), z. B. bei der Angabe von Musikdisks oder der Speicherfähigkeit von Rechnern auf. Die Shannonsche Formel in mathematischer Schreibweise ist in Formel 9 angegeben.

$$H_S = -\sum_{i=1}^{L} \lambda_i \, ld \, \lambda_i \quad \textbf{[bit]}$$

Formel 9: Shannonsche Formel in üblicher mathematischer Notation

Es ist aus Formel 8 sofort ersichtlich, dass der Informationswert für den ungleichmäßigen Würfel kleiner als der für den gleichmäßigen Würfel ist. Damit ist die eingangs gestellte Forderung erfüllt. Da ein ungleichmäßiger Würfel einige Zahlen bevorzugt und in gleichem Maße andere benachteiligt, können wir besser einschätzen, was passieren wird, der Würfel birgt nicht mehr so viel Überraschungen. Würde er so ungleichmäßig sein, dass konstant eine Zahl erscheint, d. h. der Würfel bleibt konstant in einer Position liegen, wäre der Informationswert identisch Null. Die Shannonsche Formel würde 0 [bit] liefern,.

Wir können ganz allgemein für die Shannonsche Formel feststellen, dass sie ihren größten Wert, d. h. die größte Informationsmenge beim Auftreten gleicher Häufigkeiten von Ereignissen liefert. Das wird allgemein so beschrieben: Liegen in einem Behälter blaue und gelbe Kugeln vor, ist die Wahrscheinlichkeit z. B. eine gelbe zu greifen, mit der größten Unsicherheit verbunden. Ist sie gegriffen, ist der größte Informationsgewinn erzielt. Liegen die Kugeln nicht in gleicher Häufigkeit vor, dominieren z. B. die blauen Kugeln, ist die Unsicherheit, eine blaue zu greifen, geringer, womit auch ihr Informationswert sinkt. Dieser statistisch hervorgehobene Zustand der Gleichverteilung ist als Vergleichsbedingung bei der quantitativen Bestimmung von Innovation heranzuziehen (siehe: "Automaten und operable Wissenseigenschaften", Seite 124).

Wir können das Ergebnis vielfachen Würfelns auch in einer Häufigkeitsverteilung darstellen (Abbildung 32). In einer Häufigkeitsverteilung werden auf der x-Achse die Ereignisse (beim Würfel die Zahlen 1 bis 6), auf der y-Achse die Anzahl ihres Erscheinens dargestellt. Für einen vollkommen gleichen Würfel wird sich die obere, für einen ungleichmäßigen Würfel die untere Darstellung ergeben. In der oberen linken Häufigkeitsverteilung erscheint jede der L = 6 Würfelzahlen in idealer Weise genau 200 mal. Daneben, durch den Pfeil angedeutet, ist die gleiche Verteilung als Wahrscheinlichkeitsverteilung dargestellt, d. h. die einzelnen Zahlen m_k werden durch ihre Summe M geteilt, womit sich 1 / 6 ergibt. Die Häufigkeitsverteilung ist derart normiert worden. Die gepunkteten Linien stellen die Mittelwertlinien für die m- bzw. λ-Werte dar, die hier natürlich identisch mit den Einzelwerten sind. Aus den obigen Analysen wissen wir, dass die Shannonsche Formel bei Gleichverteilung den Maximalwert der Informationsmenge ergibt. Das war die Voraussetzung zur Aufstellung der Formel: Wenn für alle möglichen Ereignisse die gleiche Unsicherheit besteht, liegt die größte Information vor, wenn das Ereignis eintritt. Bei Gleichverteilung ergibt sich die Informationsmenge in einfacher Weise aus dem Logarithmus der Ereignisse, hier H_S = ld 6 (siehe mittlere Formel in Abbildung 32).

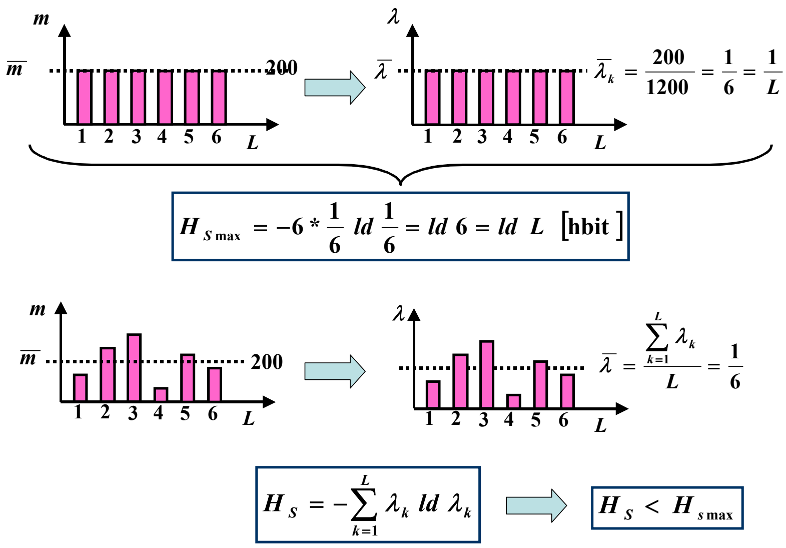


Abbildung 32: Häufigkeitsverteilungen eines Würfels

Im unteren Teil der Abbildung 32 ist eine ungleichmäßige Häufigkeitsverteilung links und die dazugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung rechts angegeben. Auch hier ist die Mittelwertlinie gepunktet eingezeichnet. Es ergeben sich Abweichungen von dieser Mittelwertlinie, die sich in der Summe aufheben müssen. Schauen wir jeweils von links beginnend zwei nebeneinander stehende Balken an, gleichen sich ihre Abweichungen zur Mittellinie aus.

Als Beispiel wird hier die Shannonsche Formel (Formel 9) für die Berechung der Informationsmenge einer Häufigkeitsverteilung aus zwei alternativ vorliegenden Komponenten angegeben. Liegen z. B. m_A = 40 dunkle und m_E = 60 helle Kugeln vor, so sind insgesamt m = 100 Kugeln gegeben, woraus sich die beiden Quotienten λ_A = 2 / 5 und λ_E = 3 / 5 bestimmen lassen. Diese Werte können in der Shannonschen Formel eingesetzt werden und es ergibt sich:

$$H = -0.4 \; ld\, 0.4 - 0.6 \; ld\, 0.6 = 0.5288 + 0.4422 = 0.9700 \text{ [bit]}$$
$$h_A = 0.5288 \text{ [bit]} \quad ; \quad h_E = 0.4422 \text{ [bit]}$$

Formel 10: Beispielsberechung mit Hilfe der Shannonschen Formel

Zur humatischen Nutzung der Shannonschen Formel

Die Kriterien zur Nutzung der Shannonschen Formel in der Humatics weichen von den oben dargestellten statistischen ab. Im Vordergrund stehen Eigenschaften, die für die Bestimmung von Wissensmengen von Bedeutung sind, dies soll im Folgenden dargestellt werden.

Wir gehen von Wissensfunktionen aus, wie sie im Abschnitt "Wissensfunktionen und Q-Distributionen", Seite 18 eingeführt wurden. Dort wurde dargestellt, dass Wissen sich aus einer Vielzahl von Konstituenten (Kenntnissen und Fähigkeiten) zusammensetzt, die jede einzeln einen bestimmten Zukunftswert haben, der für ökonomisch-gesellschaftliche Zwecke mit einem Geldbetrag m bewertet werden kann. Derart ergaben sich Q-Distributionen als geeignete Darstellungen von Wissensfunktionen, denen schon auf den ersten Blick eine Verwandtschaft mit Häufigkeitsverteilungen anzusehen ist. Keinesfalls können wir die Geldwerte in Q-Distributionen unkritisch als Häufigkeiten interpretieren. Warum die vielfachen Versuche, Geldmengen bzw. Geldwerte rein statistisch zu erklären, gescheitert sind, zeigt ja bereits die Geschichte von "Elfriede" an. Geldwerte sind für Wissen wegen ihres Zukunftswertes relevant. Wenn die Shannonsche Formel auf Q-Distributionen angewandt wird, muss es Wissenseigenschaften geben, die letztlich zur mathematischen Struktur der Shannonschen Formel führen (siehe auch "Information und operable Wissenseigenschaften", Seite 118).

Eine erste humatische Forderung an ein Maß für Wissen ist, dass die Wissensmenge (Humanpotenzial H) nicht von der Höhe der verwendeten Geldwerte abhängen darf. Tritt z. B. Inflation auf, darf die Wissensmenge nicht wachsen. Inflation heißt, dass sämtliche Geldwerte steigen, das entspricht mathematisch einer "Skalierung", d.h. Multiplikation der m-Werte in einer Q-Distribution mit einem Faktor. Diese Forderung nach Unabhängigkeit von einem Faktor ist, wie oben dargestellt, durch die Shannonsche Formel erfüllt (Fachtermini: Skalierungsfreiheit). Derart ist auch gewährleistet, dass eine Q-Distribution aus einer Währung in eine andere unter Verwendung der international gültigen Umrechnungsfaktoren transformiert werden kann, ohne dass die ermittelte Wissensmenge (das Humanpotenzial) sich ändert. Auch für Firmen ist derart berücksichtigt, dass Umsatzerhöhungen, die in die m-Werte der Wissensfunktionen eingehen, nicht zur einer Veränderung der in der Firma aktiven Wissensmenge führen. Diese Forderung nach Skalierungsfreiheit führt unmittelbar zur Verwendung von normierten Werten, wie sie in einem Quotienten λ vorliegen, bei dem die Einzelkomponente m_k einer Q-Distribution in Relation zum

Gesamtwert M aller Komponenten gesetzt wird. Es ist also in der Humatics eine normierte Verteilung zu verwenden, wie sie auch in der oberen rechten statistischen Verteilung der Abbildung 32 vorliegt.

Eine weitere humatische Forderung ist, dass Wissensmengen addierbar sein müssen. Diese Forderung ist analog zu der nach Addierbarkeit von Informationsmengen. Kombiniert mit der vorstehenden Forderung ergibt sich das gleiche zu lösende Problem, wie es bei der Suche nach einem Informationsmaß aufgetreten ist. Die Ausführungen aus dem vorstehenden Kapitel können übernommen werden, womit sich die Notwendigkeit eines logarithmischen Maßes ergibt.

Die dritte Forderung führt zur Gewichtung der Ergebnisse der Shannonformel und ist in ihrer Begründung und Herleitung für humatische Zwecke ebenfalls nicht statistisch. Wir fordern, dass Wissensfunktionen nur so zerlegt werden dürfen, dass die Wissensmengen der Teildistributionen im Verhältnis ihrer Geldwerte zueinander stehen. Dies ist eine fundamentale Forderung der Humatics, die wir intuitiv bereits erfasst haben, indem wir Zukunftswerte im Verhältnis ihrer Geldwerte bestimmt haben. Anders ausgedrückt lautet diese Forderung: Konstituenten gehen in ein gemeinsames Wissensmaß gemäß ihrer Anteile am Gesamtwert ein.

Diese humatische Forderung soll an Hand von Abbildung 33 erläutert werden. Es möge eine Q-Distribution vorliegen, wie sie in der linken Seite mit drei Komponenten angegeben ist, wobei der Summenwert der Geldmenge M = 9 ist. Damit ist der Außenwert des Wissens bestimmt (siehe hierzu Abbildung 14: Gleichheit des Außenwertes von Q-Distributionen in dreidimensionaler Darstellung, Seite 44). Die linke Distribution der Abbildung 33 ist auf der rechten Seite jeweils in zwei Distributionen mit zwei Komponenten zerlegt. Es findet also eine Reduktion der Wissenskonstituenten statt. Die eingekreisten, mittleren Teildistributionen enthalten jeweils zwei Originalkonstituenten, womit sich ihre Summenwerte M vermindern. In den rechten wird zwecks Reduzierung eine Konstituente jeweils zu einer anderen addiert, womit sich als Summenwert für M der Originalwert ergibt.

Mit der Darstellung in Abbildung 33 gehen wir von einer existierenden Wissensmenge aus und fordern, dass eine mögliche Zerlegung nur im Verhältnis der Anteile am Gesamtwert geschehen darf. Diese Forderung ist einzuhalten, wenn auch die reduzierten Distributionen gemäß ihrer Zukunftswerte M anteilig zur Gesamtwissensmenge beitragen. In Abbildung 33 sind die für die Teildistributionen einzusetzenden Gewichtungsfaktoren angegeben. Die jeweils rechte Distribution geht mit ihrem Humanpotenzial voll ein, da ihr M-Wert mit dem der Ausgangsdistribution erhalten bleibt, die mittlere geht nur mit den angegeben Anteilen ein. Es ergeben sich aus dieser Forderung mathematisch zwangsweise die Gewichtungsfaktoren vor den oben gefundenen logarithmischen Werten. D.h. es ist die letzte der drei Bedingungen für die Shannonsche Formel gegeben.

Die vorstehende Forderung ist identisch zu der nach anteiliger Gewichtung von Informationswerten. Es soll hier nur der Vollständigkeit halber auf die Begründung von Shannon in seinem Originalartikel (siehe [5], Seite 138) eingegangen werden. Dort spricht Shannon von Wahlmöglichkeiten (Choices) und fordert, dass bei einer zusätzlichen Wahlmöglichkeit, diese gemäß der vorhergehenden Bewertung gewichtet werden müsse. Für die Werte der Q-Distribution in den eingerahmten Kästchen der Abbildung 33 ist die Shannonsche Notation gemäß seiner Originaldarstellung in Abbildung 34 angegeben. Es ist unmittelbar die Äquivalenz der statistischen und humatischen Zahlenwerte zur ersehen.

Die allgemeine mathematische und von Shannon verwendete Schreibweise der Zerlegung von Häufigkeiten ist hier mit Formel 11 in allgemeiner Form ergänzend für die Beispiele der Abbildung 33, Abbildung 34 angegeben:

$$H\left(\frac{m_1}{M},\frac{m_2}{M},\frac{m_3}{M}\right)=\frac{m_1+m_2}{M}H\left(\frac{m_1}{M},\frac{m_2}{M}\right)+H\left(\frac{m_1+m_2}{M},\frac{m_3}{M}\right)$$

Formel 11: Die Formel zur Zerlegung der Humanpotenzialwerte bei gewichteten Teilen von Wissensfunktionen

Shannon benutzt als Zahlenbeispiel:

$$H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}H\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)+H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$$

Formel 12: Beispiel von Shannon aus seinem Originalartikel

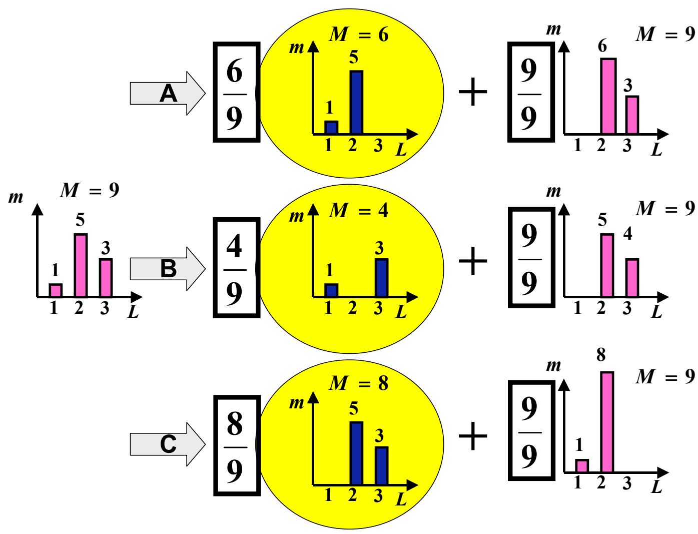


Abbildung 33: Zur Gewichtung der Teile von Wissensfunktionen

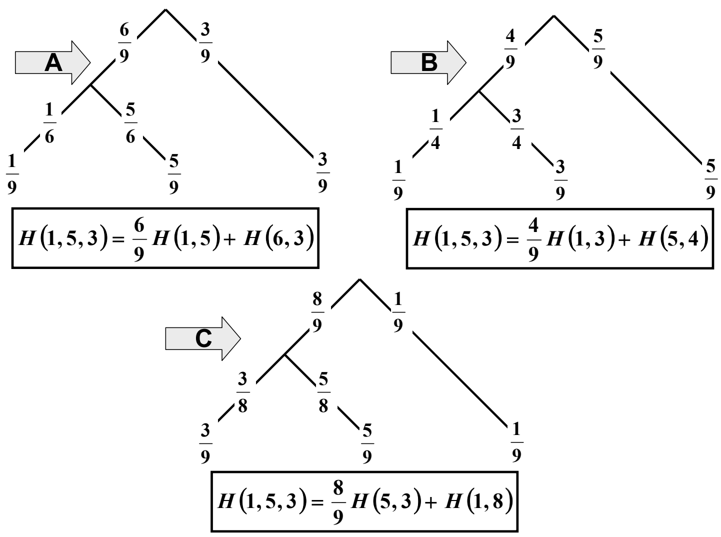


Abbildung 34: Gewichtete Funktionen in der Darstellung von Shannon

Warum die nach der Shannonschen Formel errechneten Wissensmengen um eine Mengeneinheit größer als die nach der Shannonschen Formel errechneten Informationsmengen sind, wird im Abschnitt "Innovation aus statistischer Sicht", ab Seite 121 ausgeführt.

Mit diesen Hinweisen ist unabhängig von statistischen Argumenten begründet, warum die Shannonsche Formel zur Bestimmung von Wissensmengen geeignet ist. Da es mathematisch keine äquivalente Formel gibt, ist sie die einzig infrage kommende.

Mit der vorstehenden Ableitungen wurde die Nutzung einer in der Physik bedeutenden Formel, der Shannonschen Formel zur Bestimmung von Wissensmengen nicht-physikalisch unter Verwendung von Geldmengen (Zukunftswerten) begründet. Es liegt derart ein Brückenschlag von der Ökonomie zur Physik vor. Gelingt es im Gegenzug, Wissensmengen allein aus physikalisch-statistischen Gegebenheiten abzuleiten, ist auch der umgekehrte Brückenschlag vollzogen, Physik und Ökonomie hätten im Wissen eine Gemeinsamkeit, die aus beiden Disziplinen heraus erklärbar ist. Das heißt auch, beide Disziplinen sind je für sich genommen nicht vollständig (durchaus im Gödelschen[14] Sinne), wir gewinnen eine umfassendere Sicht, wenn beide Theorien herangezogen werden. Die alte Frage ob Wirklichkeit mehr durch physikalische Charakteristika (objektive Realität im Sinne der Physiker)

[14] Gödel fand um 1930 den mathematischen Beweis, dass für codierbare mathematische Darstellungen (Axiomatische Systeme) nicht mit den Mitteln der verwendeten Symbole deren Vollständigkeit bewiesen werden kann. Erst bei Erweiterung ist auf der vorhergehenden Ebene Vollständigkeit (Widerspruchsfreiheit) zu beweisen, womit auf der neuen Ebene das alte Problem bleibt.

oder mehr durch Wissen (geistige Realität im Sinne anderer Wissenschaften) erfasst wird, wäre derart offen. Wahrscheinlich gibt es keine Physik ohne Vorwissen und keine Wissensfortentwicklung ohne Physik. Physik wäre im humatischen Sinne so etwas wie applikatives Wissen, Ökonomie interpretatives Wissen.

Warum die gleiche mathematische Struktur in Humatics und Physik für so unterschiedliche Gegebenheiten wie statistische Ereignisse und Wissen vorliegt, wird im folgenden Abschnitt geklärt.

Information und operable Wissenseigenschaften

Es ist das Ziel, aus dem Vergleich von Analyse und Synthese von statistischen Zuständen Charakteristika von Wissen zu gewinnen. Zunächst wird in diesem Abschnitt begründet, warum Häufigkeitsverteilungen geeignet sind, Wissenseigenschaften abzubilden. Darauf aufbauend kann im nächsten Abschnitt Neuheit als wesentliche Wissenscharakteristik aus Häufigkeitsverteilungen heraus erklärt werden. Wir setzen hier die Erkenntnisse aus den Ausführungen im Abschnitt "Innovation und Wissen", Seite 91 voraus. Dort hatten wir als wesentliches Ergebnis gefunden, dass Neues allein durch Wissen in die Welt kommt.

Die statistische Analyse geht von Zuständen aus, die z.B. in Form eines Behälters gefüllt mit Kugeln vorliegen und von denen durch Sortieren der Kugeln Häufigkeitsverteilungen zu erstellen sind. Es ist hier von besonderem Interesse, dass solche Behälter von Menschen durch Wissen in die Welt gesetzt werden können, und dass Behälterfüllungen möglich sind, die ohne menschliches Wissen niemals in der Welt wären.

In Abbildung 35, Seite 119 ist das Grundprinzip einer statistischen Analyse eines Zustandes und in Abbildung 36 das seiner Synthese dargestellt.

Zur Zustandsanalyse liegt in Abbildung 35 eine unbekannte Verteilung von Kugeln in einem Behälter F vor. Werden wahllos Kugeln gegriffen und nach Farbe (hier z. B. dunkel/hell) in die Behälter A und E sortiert, ergeben sich m_A dunkle und m_E helle Kugeln, wie es in der Häufigkeitsverteilung unterhalb des Behälters F dargestellt ist. Auf derartige Häufigkeitsverteilungen lässt sich die Shannonsche Formel (Siehe: "Zur statistisch-physikalischen Nutzung der Shannonschen Formel", Seite 109) anwenden, da das Auftreten von dunklen bzw. hellen Kugeln beim Greifen rein zufällig, d. h. statistisch ist.

In Abbildung 36 ist dargestellt, wie der zuvor analysierte Behälter gefüllt wird. Es sind beispielsweise zwei Behälter A und B mit dunklen bzw. hellen Kugeln gegeben, aus denen m_A dunkle und m_E helle Kugeln gegriffen und in den Behälter F gelegt werden. Im unteren Teil der Abbildung 36 ist eine Verteilung mit einer gemischten Konstituente (AB) angegeben, die aus den beiden Werte m_A, m_E additiv zusammengesetzt ist. Im Folgenden werden synthetisierte Zustände bzw. Elemente davon mit Unterstrichen versehen, womit wir $\underline{m}_A$, $\underline{m}_E$ schreiben.

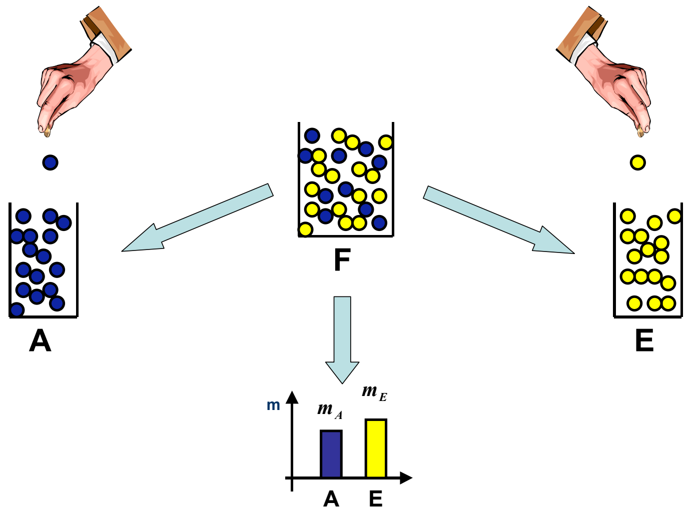


Abbildung 35: Zur analytischen Bestimmung der Informationsmengen eines Behälters mit Kugeln

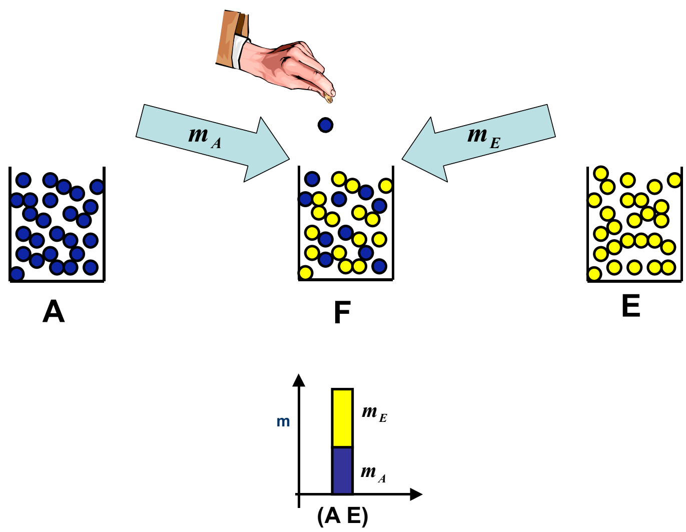


Abbildung 36: Die Befüllung eines in Abbildung 35 entleerten Behälters.

Die gewählten Beispiele beschränkten sich auf zwei Merkmale. Liegt eine Vielzahl von Merkmalen vor, kann ein Merkmal als charakterisierend genutzt werden, womit sich beliebig viele weitere Merkmale als nicht-charakterisierend eingruppieren lassen. Beispielsweise liegen Kugeln in vielen Farben vor, eine Farbe ist grün. Es wird nun nach grün in den Behälter A und nach nicht-grün in B analysiert. Anschließend wird das gleiche Verfahren auf B angewandt, womit sich beliebig viele Merkmale L in Häufigkeitsverteilungen mit L Konstituenten darstellen lassen.

Mit diesen Voranalysen können wir nun den humatischen Ansatz zur Nutzung von Verteilungsfunktionen darlegen: Es gibt statistische Zustände in der Welt, die allein durch Wissen gegeben sind. Charakteristika dieser Zustände, wie z. B. Häufigkeitsverteilungen stehen für das, was Wissen leistet. Indem wir diese Häufigkeitsverteilungen rückwirkend für Wissen nutzen, wird abgebildet, was für operable Wissenseigenschaften charakterisierend ist. Damit sind die in der Humatics genutzten operablen Wissenseigenschaften aus statistischen Gegebenheiten heraus begründet, die von Menschen geschaffen werden. Genau dies liegt bei ökonomischen Gegebenheiten wie Produkten, Service, Kenntnissen, Fähigkeiten, Geldmengen prinzipiell vor. Wir haben also zwischen den rein statistisch-physikalisch vorliegenden Verteilungen und den daraus abgeleiteten Informationsmengen und den von Menschen geschaffenen zu unterscheiden. Wird die Shannonsche Formel auf diese geschaffenen Verteilungen angewandt, liegt das Ergebnis nicht als Informationsmenge sondern als Humanpotenzial vor, weshalb für letztere die Einheit [hbit] für "human bit" verwendet wird.

Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass Häufigkeitsverteilungen von physikalischen Gegebenheiten wie z. B. Zerfallsraten atomarer Prozesse oder Sonnenscheindauer pro Jahrestag sich nicht eignen, um operable Wissenscharakteristika in dem Sinne zu erfassen, wie es hier dargelegt ist.

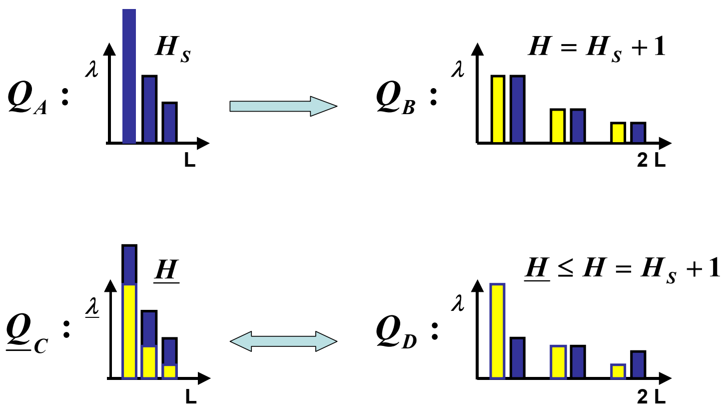
Sind Potenzialfunktionen bekannt, (z. B. Gewichte von Kugeln, siehe auch Erläuterungen zu "Abbildung 8: Potenzialgebirge einer zweidimensionalen Wissensfunktion", Seite 25) können diese als Häufigkeiten interpretiert werden. Statt der Anzahl von Kugeln ergeben sich in der Häufigkeitsverteilung der Abbildung 35 als m-Werte die summativen Gewichte für die beiden Kugelarten. In Q-Distributionen sind Geldwerte enthalten, für die in gleicher Weise das gilt, was oben für die zählbaren Kugeln ausgeführt wurde.

Auf eine, diesen Ausführungen zu Grunde liegende Besonderheit soll hier am Rande hingewiesen werden. Wenn eine Gruppe von 2 dunklen und 3 hellen Kugeln in ein Behältnis gelegt wird, wird ihnen ein Potenzialwert zugeordnet: Sie können das Merkmal "Zugehörigkeit zum Behälter L" nur annehmen, wenn zwischen Behälter und Objekt ein irgendwie gearteter Zusammenhang besteht. Dieser Aspekt tritt uns in der Quantenmechanik wieder entgegen, wo die Zuordnung von Objekten zu irgendeiner Umgebung (z. B. Potenzialtopf) sofort eine Charakterisierung der Teile per Wechselwirkung zur Folge hat. Es darf hier vermutet werden, dass die Zuordnung von "Zahl" zu Objekt ähnliche Wissenseigenschaften aufweisen dürfte. Letztlich können wir mathematisch "Zahlen" als charakteristische Behälter (an jedem Behälter steht ein anderes Zeichen) auffassen, in die wir das einordnen, was Identisches (in der Realität Ähnliches) unterscheidet: Ihre Anzahl. Damit ist Zahl als Potenzialfunktion darstellbar, es gibt einen Grund mehr, die Potenzialwerte von Wissensfunktionen als reine Zahlenwerte, wie in Häufigkeitsverteilungen zu nutzen.

Im Folgenden soll die wohl wichtigste Wissenscharakteristik Neuheit aus statistischer Sicht begründet werden, daran anschließend werden die Ergebnisse auf Automaten angewandt.

Innovation aus statistischer Sicht

Operables Wissen ist nach unseren bisherigen Ergebnissen ganz ursächlich in der Lage, Neuheit zu schaffen, womit es unter den in der Natur zu beobachtenden Phänomenen eine herausragende Stellung einnimmt (siehe "Innovation und Wissen", Seite 91). Ein Maß für Neuheit (ökonomisch Innovation) ist zu gewinnen, wenn die Informationsmenge bestimmt wird, die sich bei Analyse eines statistischen Zustandes ergibt, sofern ein Unterscheidungsmerkmal (Erkenntnisalternative) zusätzlich zur Verfügung steht.



$$\boxed{\nabla = H - \underline{H} = H_s + 1 - \underline{H}}$$

Abbildung 37: Neuheit als Ergebnis von zusätzlicher Alternativität

Die zugrundeliegende Idee ist in Abbildung 37 veranschaulicht. Es wird für einen physikalisch-statistischen Zustand die Häufigkeitsverteilung Q_A ermittelt und nach Shannon die Informationsmenge H_S bestimmt. Es wird nun angenommen, dass die jeweiligen Zahlen in den L Merkmalsklassen sich aus zwei gleich großen Gruppen zusammensetzen. So wären z.B. in einer Merkmalsklasse 50 rote und 50 blaue Kugeln enthalten, in einer anderen 30 grüne und 30 rote usw. Bei Berücksichtigung dieser Merkmalsunterteilung kann die Distribution Q_A in Form Q_B dargestellt werden. Mathematisch ergibt sich (siehe Erläuterung zu Formel 13, Seite 123) für jede derartige Aufteilung einer Distribution ein um 1 [bit] erhöhter Wert der Shannoninformation H_S, mithin: $H_S + 1$, d. h. bei zusätzlicher Aufteilung der Merkmale in paarige Gruppen, erhöht sich die Informationsmenge um 1 [bit].

Die Distribution $\underline{Q}_C$ der Abbildung 37 wiederholt Q_A, zeigt aber mit ihrer Aufteilung (einer in der Humatics üblichen Darstellung, siehe z.B. Abbildung 18, Seite 51) an, dass die Merkmale unterschiedlich sind. Mit der Aufteilung (Alternativität) ergibt sich der Informationswert $\underline{H}$, der größer als H_S ist. Wird Q_C mit aufgeteilten Konstituenten dargestellt, ergibt sich Q_D. Es ist sofort ersichtlich, dass Q_D ungleichmäßiger als Q_B ist, womit ihr Informationswert $\underline{H}$ gegenüber dem $H = H_S + 1$ von Q_B kleiner ist. Die Differenz in den Informationsmengen der Distributionen Q_B zu Q_C (bzw. Q_D) ist in der unteren Formel in Abbildung 37 angegeben.

Mit $\nabla = H - \underline{H}$ ist die Differenz der Informationsmenge zwischen einer beliebigen Aufteilung der m-Werte einer Distribution zu ihrer paarigen gegeben. Mit $H = H_S + 1$ ist in der Formel eine maximale Informationsmenge als Bezug vorgegeben. Mit $\underline{H}$ ist ihre Informationsmenge für nicht paarige Aufteilung der Konstituenten bestimmt. Liegt eine Distribution in nicht paariger Aufteilung vor, d. h. liegt sie so vor, wie wir sie normalerweise bei Analyse statistischer Zustände erstellen, ist $H = H_S$, der Wert ∇ ergibt sich zu $\nabla = 0$. Damit liegt ∇ definitionsgemäß im Wertebereich $0 \leq \nabla \leq 1$, womit eine Normierung gegeben ist. Die Bestimmungsformel für ∇ ist identisch mit der 3. humatischen Fundamentalgleichung (siehe Formel 3: Die dritte humatische Fundamentalgleichung zur Errechnung des Innovationsimpulses ∇ (Nabla), Seite 50). In der Humatics wird die Größe ∇ Innovationsimpuls genannt.

Wir können die vorstehenden Ergebnisse so interpretieren: Da das Erkennen einer zusätzlichen Alternative bei einer vorgegebenen Verteilung nur per Wissen in die Welt kommen kann, dies in H potenziell erfasst ist (humatisch Humanpotenzial) und damit in ∇ eingegangen ist, stellt ∇ ein Maß für die Neuheit dar, das aus rein statistischen Gegebenheiten abzuleiten ist.

$$
\begin{array}{ll}
1: & H_S = -\sum_L \lambda_k \, ld \, \lambda_k \quad \Leftrightarrow \quad h_{AEk} = -\lambda_{Ak} \, ld \, \lambda_{Ak} - \lambda_{Ek} \, ld \, \lambda_{Ek} \\
2: & \underline{h}_k = -\left(\underline{\lambda}_{Ak} \, ld \, \underline{\lambda}_{Ak} + \underline{\lambda}_{Ek} \, ld \, \underline{\lambda}_{Ek}\right) \\
3: & \underline{h}_{k\max} = -\left(\underline{\lambda}_{Ak} \, ld \, \underline{\lambda}_{Ak} + \underline{\lambda}_{Ek} \, ld \, \underline{\lambda}_{Ek}\right) = -\left(\frac{\underline{\lambda}_k}{2} \, ld \, \frac{\underline{\lambda}_k}{2} + \frac{\underline{\lambda}_k}{2} \, ld \, \frac{\underline{\lambda}_k}{2}\right) \\
4: & \underline{h}_{i\max} = -2 \frac{\underline{\lambda}_k}{2} \, ld \, \frac{\underline{\lambda}_k}{2} = -\underline{\lambda}_k \left(ld \, \underline{\lambda}_k - ld \, 2\right) = -\lambda_k \, ld \, \lambda_k + \lambda_k \\
5: & \underline{H}_{\max} = -\sum_L \underline{h}_{i\max} = -\sum_L \lambda_k \, ld \, \lambda_k + \sum_L \lambda_k \quad [\text{hbit}] \\
6: & \underline{H}_{\max} = H_S + 1 = H \quad [\text{hbit}] \qquad \text{mit:} \quad \sum_L \lambda_k = 1 \\
7: & \nabla = H - \underline{H}
\end{array}
$$

Formel 13: Maximalwert bei Auftreten von zusätzlicher Alternativität

Es wird hier an Hand der Formel 13 kurz der oben genutzte Zusammenhang H = H_S + 1 bei Verdoppelung der Merkmale nachgetragen. Die Errechnung der Informationsmenge H_S nach Shannon (siehe auch: "Zur statistisch-physikalischen Nutzung der Shannonschen Formel", Seite 109) bei Vorliegen einer Verteilung von L Merkmalen ist im linken Ausdruck in Zeile 1, Formel 13 angegeben. Rechts daneben ist der Informationsbeitrag einer Konstituente k angegeben, sofern sich diese in zwei Teile A, E aufteilt. In Zeile 2 ist die mathematisch identische, humatische Schreibweise angegeben, die der Darstellung der Aufteilung der Konstituenten in zwei Teile entspricht (siehe Q_C in Abbildung 37). Es werden Unterstrichgrößen benutzt, um auf diese geänderte Darstellung in der Distribution hinzuweisen. Für eine Konstituente ergibt sich bei genau hälftiger Aufteilung der Ausdruck in Zeile 3. In der Folgezeile 4 wird dieser Ausdruck umgewandelt, es ergibt sich der logarithmusfreie Teil λ_k, der bei Summation über sämtliche L Konstituenten in Zeilen 5, 6 wegen seiner Definition (λ_k = m_k / M) den Wert 1 ergibt. In Zeile 6 ist der Maximalwert für eine aus L Konstituenten zusammengesetzte Distribution angeben, wobei das Symbol H für den Ausdruck $\underline{H}_{max}$ genommen wird. Der Wert H setzt paarige Aufteilung der m-Werte voraus und ist gemäß Zeile 5 um eine Einheit größer als der herkömmliche, nach Shannon errechnete Wert H_S. Der maximale Informationswert einer Distribution, für deren Konstituenten alternative Merkmale gefunden werden, ist mithin bei Addition der Zahl 1 identisch zum Analysewert von zwei gleichen Distributionen, deren m-Werte halbiert sind. In Zeile 6 wird die Formel zur Errechnung der Größe ∇ (Nabla) angegeben (siehe auch: Formel 3, Seite 50).

Die Differenz $\nabla = \underline{H}_{max} - \underline{H}$ stellt gemäß Formel 13, Seite 123 die Abweichung der paarigen m-Wertaufteilung innerhalb von synthetisierten Konstituenten dar, ist also eine innere Eigenschaft von Verteilungen, d.h. die äußere Erscheinung einer Verteilung aus alternativen Merkmalen geht in ∇ nicht ein. Das Maß ∇ hat den Vorteil, dass es für Verteilungen in allgemeinster Form gilt, d.h. es können viele unterscheidbare Merkmale L vorliegen.

Rein formal gibt ∇ an, wieweit eine Verteilung von einer gleichmäßigen, alternativen Aufteilung, d. h. von der statistisch größtmöglichen Zustandsunsicherheit entfernt ist. Mit $\nabla = 1$ [hbit] ist die größtmögliche Neuheit bestimmt, der Zustand verliert seine Unsicherheit, mit $\nabla = 0$ [hbit] liegt keine Neuheit vor, der Zustand behält seine Unsicherheit. Der größtmögliche Unterschied dieser Extreme ist $\Delta\nabla = 1 - 0 = 1$ [hbit]. Das ist identisch mit der Differenz des h-Wertes einer Gleichverteilung eines alternativen Merkmals bei Vorliegen nur eines Merkmals. Der Differenzwert für Neuheit ist somit identisch mit dem für Alternativität. Diese Ergebnisse folgen sämtlich aus der Definition der Shannonschen Formel. Besonders ist hier, dass Neuheit sich als Differenzwert der inneren Struktur beliebiger Distributionen angeben lässt.

An dieser Stelle soll auf die Nutzung der Formel 13 in der Humatics hingewiesen werden. Wird zu dem "Shannonwert" H_S einer Distribution die Einheit 1 [bit] addiert, ergibt sich der Maximalwert $\underline{H}_{max}$ einer Q-Distribution 2. Ordnung, dieser Wert wird mit H angegeben und stellt den vielfach in diesem Buch verwendeten Humanpotenzialwert dar. Es kann also einfach mit Zeile 6, Formel 13 geschrieben werden: $H = \underline{H}_{max}$, wobei die Einheit [hbit] verwendet wird, um auf den zusammengesetzten Zustand hinzuweisen. Wird derart verfahren, ergibt sich für eine einzelne, paarig aufgeteilte Komponente der Wert von 1 [hbit].

Wir können das Humanpotenzial H mit diesen Analysen auch so deuten: Mit H ist das Alternativpotenzial angegeben, das für operables Wissen zur Verfügung steht.

Automaten und operable Wissenseigenschaften

Innovation ist der zentrale Begriff für Wissen, der auch durch operable Wissenseigenschaften abgebildet wird (siehe: "Innere Wissenseigenschaften". Seite 41). Am Beispiel von Automaten soll nun der Zusammenhang zwischen Innovation und statistisch-physikalischer "Neuheit" dargestellt werden.

Vorab ist zu bemerken, dass für die statistisch-physikalische Beschreibung von Automaten Zustandsräume geeignet sind. Jeder unterscheidbare, mögliche Zustand eines Automaten wird in einem Zustandsraum durch einen Punkt dargestellt. Statistisch ist dieser Zustandsraum, wenn ein Folgezustand sich aus einem Vorzustand mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ergibt. Die Humatics geht davon aus, dass jeder Zustandsraum durch ein zusätzliches Merkmal unterteilt werden kann, was durch die Aufteilung der Konstituenten in Q-Distributionen zum Ausdruck kommt. In diesem Sinne stellt eine Q-Distribution mit L Konstituenten einen L-dimensionalen Zustandsraum dar, der bereits seine Verdoppelung in dem Maße potenziell enthält, wie die Konstituente jeweils aus zwei alternativen Teilen zusammengesetzt sind.

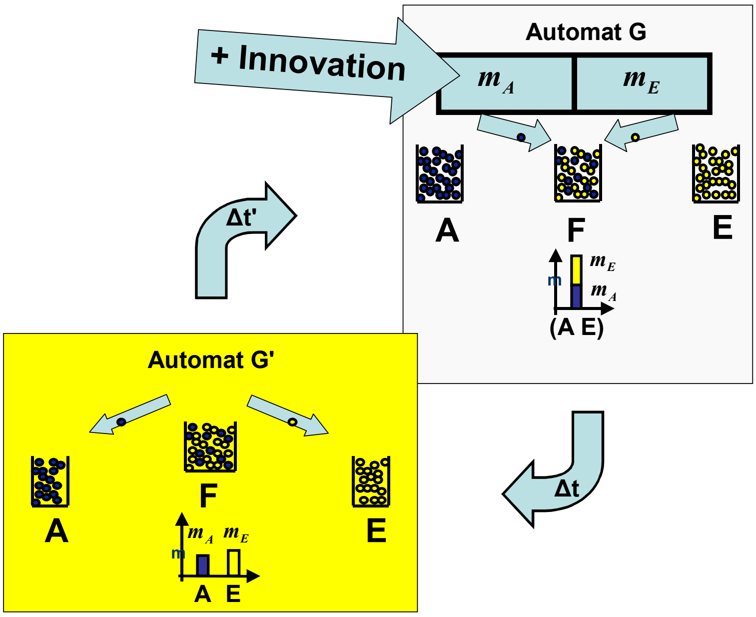


Abbildung 38: Automat und Innovation (Neuheit)

Mit Abbildung 38 wird zunächst der Zustandsraum für zwei Automaten[15] G, G' anschaulich dargestellt. Der Automat G (Syntheseautomat) stellt dem G' (Analyseautomat) einen Behälter, gefüllt mit gelben und blauen Kugeln zur Verfügung, die von G' je nach Kugelfarbe in zwei Behälter A, E sortiert werden. Die Behälter werden wieder G zur Verfügung gestellt, der den Behälter F erneut mit den Kugeln füllt. In diesem Kreislauf sind nicht nur die Endzustände, auch alle Zwischenzustände bekannt. Sind z. B. insgesamt 200 blaue und 300 gelbe Kugeln vorhanden, ist z. B. der Analysezustand, bei dem in A 3 blaue Kugeln in E 10 gelbe liegen, prinzipiell ein möglicher und damit bekannter Zustand. In diesem Sinne stellen die beiden Automaten für vorgegebene Kugelzahlen einen starren Zustandsraum dar.

Wir fügen nun am Automaten G zwei Eingabetastaturen (siehe die oberen Kästchen für m_A, m_E in Abbildung 38) ein, deren Eingabewerte beiden Automaten zur Verfügung stehen. Mit der linken können beliebige Zahlen m_A für die Menge der blauen, mit der rechten beliebige Zahlen m_E für die Menge der gelben Kugeln bestimmt werden. Diese Zahlen geben die möglichen Zustände der Automaten an, d. h. mit Neueingabe werden neue Zustandsräume festgelegt. Aus unseren Ausführungen zu

[15] Die hier beschriebenen Automaten und die damit verbundenen Verfahren wurden von der Firma VisionPatents AG unter der Patentnummer DE 103 49 271.2 zum internationalen Patent angemeldet. Bei wirtschaftlicher Nutzung humatischer Methoden, wird empfohlen, Kontakt mit VisionPatents AG aufzunehmen. Wissenschaftliche Nutzungen sind unabhängig von Patentrechten möglich.

"Innovation und Wissen", ab Seite 91 wissen wir, neue Zustandsräume sind für Automaten ebenso unerreichbar, wie eine Tasse unvermittelt ins Universum kommt. Wir fragen nun, nach einem Maß, das die per Tasteneingabe auftretende Neuheit, d. h. die Änderung von Zustandsräumen quantifiziert.

Wir gehen von dem Extremfall aus, dass sämtliche Kugeln als blau identifiziert sind und geben dies (z. B. $m_A = 500$) über Tastatur ein. Der Analyseautomat G' kann nun einfach den Weg zum Behälter A öffnen und sämtliche eingefüllten Kugeln durchlaufen lassen. Der Automat muss für diesen Fall keinen Analyseaufwand treiben. Es liegt offenbar Neuheit gegenüber Analyse vor. Eine Prüfung (Sortierung am Automaten G') würde mit dem ungeprüften Vorgang übereinstimmen. Für $m_E = 500$ gelbe Kugeln gilt das Entsprechende. Wir geben nun das andere Extrem vor: $m_A = 250$, $m_E = 250$. Der Analyseautomat kann auch bei Kenntnis dieser beiden Zahlen nicht den linken oder rechten Weg einfach öffnen, es muss jede Kugel (im ungünstigsten Fall mit Ausnahme der letzten Kugel) getestet werden. Wissen hat seinen geringsten Neuheitswert für den Automaten, eine Einzelprüfung der Kugeln ist mit Wissen wie ohne Wissen nötig.

Der in der Humatics benutzte Zusammenhang zwischen Wissen und Zukunftswert ist mit diesen Beispielen verdeutlich worden. Im ersten Extremfall hat Wissen einen großen Zukunftswert, im zweiten Fall ist der Zukunftswert gering, die Kugeln müssen sämtlich sortiert werden.

Wir nutzen nun die 3. humatischen Fundamentalgleichung (siehe Formel 3, Seite 50), um mit dem dort angegeben Maß unsere an den Automaten gefundenen Ergebnisse zu prüfen. Die Gleichung lautet: $\nabla = H - \underline{H}$. Nach unseren mathematischen Analysen (Formel 13, Seite 123) müssen wir zur Errechung von H zum Shannonwert H_S eine Informationseinheit hinzufügen: $H = H_S + 1$ [hbit]. Bei diesem errechneten Wert handelt es sich um die potenzielle Wissensmenge, die sich aus der äußeren Erscheinungsform der Distribution ergibt, sofern eine zusätzliche Unterscheidungsmöglichkeit angenommen wird. Da es sich mit dieser Voraussetzung nicht mehr um Informationseinheiten handelt, wird die Einheit [hbit] verwendet. Der Wert $\underline{H}$ errechnet sich bei 500 blauen, bzw. gelben Kugeln zu: $\underline{H} = h(500/500) = 0$ [hbit]. Womit sich ∇ für beide Fälle zu: $\nabla = 1 - 0 = 1$ [hbit] errechnet, d. h. es liegt das Wissenspotenzial in seiner größtmöglichen Ausprägung, als Alternative vor.

Für unseren obigen Fall $m_A = 250$, $m_E = 250$ erhalten wir $\underline{H} = h_A(250/500) + h_E(250/500) = 1$ [hbit] und für Neuheit ergibt sich $\nabla = 1 - 1 = 0$ [hbit], d. h. es liegt das Wissenspotenzial in seiner geringstmöglichen Ausprägung vor.

Liegen $m_A = 200$ blaue und $m_E = 300$ gelbe Kugeln vor, ergibt sich $\underline{H} = h_A(2/5) + h_E(3/5) = 0.97$ [hbit]. Für die Neuheit (Innovation) erhalten wir: $\nabla = H - \underline{H} = 1 - 0.97 = 0.03$. Da ∇ auf den Wertebereich $0 \leq \nabla \leq 1$ normiert ist (siehe Formel 13) liegt der errechnete Wert dicht an "Null", d. h. die Neuheit ist gering.

Genau die vorstehenden, nun auch an Automaten nachweisbaren Eigenschaften von Wissen werden in der humatischen Auswertung von Q-Distributionen mit Hilfe der Shannonschen Formel genutzt (siehe die Herleitung des Maßes ∇ in Formel 13, Seite 123).

Es soll hier auch die Verwendung der humatischen Begriffe "applikatives" bzw. "interpretatives" operables Wissen an den Automaten, d. h. rein statistisch-physikalisch erklärt werden.

Bauen wir dem Analyseautomaten eine Anzeigelampe ein, die aufleuchtet, sofern er von einem statistischen in einen determinierten Zustand wechselt, gibt uns diese Lampe eine wesentliche Neuerung im Zustandsraum des Automaten G' an. Bei Kenntnis des Zahlenpaares m_A, m_E (was einer zusätzlichen Information bei G' entspricht), kann G' die Lampe anschalten, sofern bei Sortierung entweder die Anzahl m_A oder m_E an Kugeln vorliegt. Derart indiziert der Automat, dass das Auftreten der restlichen Kugelmerkmale nicht mehr statistisch ist. Waren z. B. 20 Kugeln aus 8 blauen und 12 gelben vorgegeben, ist bei Erreichen von 8 blauen Kugeln klar, dass der Rest nur noch gelb sein kann, d. h. es ist nun auch das Einzelergebnis des Automaten determiniert.

An dieser Stelle unterscheidet die Humatics im Gegensatz zur statistisch-physikalischen Sicht zwischen applikativem und interpretativem Zustand. Offenbar ist von G' ein applikativer Aufwand zu leisten, bis die 8 blauen Kugeln einsortiert sind. Erst nach Leisten dieses Aufwandes kann eine Aussage über die Zukunft (Lampe an) gemacht werden. Diese Aussage ist spekulativ (Aussage über Zukunft), die Humatics sagt hierzu interpretativ. Wenn Physiker, Automatentheoretiker, Techniker davon ausgehen, es müssten sich zwangsweise die restlichen Kugeln als gelb ergeben, ist das eine Hypothese, die nur stimmt, wenn der angenommene Endzustand auch tatsächlich eintritt. Mit anderen Worten können wir sagen, die Annahme stimmt, sofern das Fehlen einer Alternative zum gegebenen Zustandsraum vorausgesetzt wird. Eine solche Hypothese ist natürlich für operable Wissenszustände ganz ungeeignet, da jederzeit per Wissen Alternativen in die Welt gebracht werden können. So muss die Humatics in Betracht ziehen, dass eine Änderung der Zahleneingabe an G per Wissen möglich ist, womit sich Zustandsraum und Verhalten der Automaten ändern, genau dies tritt nicht im Rahmen der statistisch-physikalische Zustandstheorie auf. Dort werden Fakten statt Zukunftswerte errechnet. Die Humatics muss also mit ihrer Darstellung von operablem Wissen (in Form von Q-Distributionen 2. Ordnung) dies Problem lösen, es muss in ihrer Darstellung von Wissenszuständen, die Möglichkeit des Auftretens von Alternativen gegeben sein. Aus diesem Grunde finden wir in Q-Distributionen neben der äußeren Struktur (das sind die Konstituentenhöhen m), eine innere Aufteilung der Konstituenten, das ist die Aufteilung $m = m_A + m_E$. Diese innere Aufteilung gibt genau die Erhöhung der Informationsmenge an, die bei zusätzlicher Einführung einer Alternative gegeben ist. Bei humatischer Verwendung der Shannonschen Formel werden diese Gegebenheiten mathematisch sauber abgebildet.

Es scheint hier angebracht, auf die Konversion von Merkmalen hinzuweisen, die sich zwischen den Automaten gut erkennen lässt. Der Automat G verfügt nicht über die Erkennung von Farbmerkmalen. Für ihn liegen die Kugeln an zwei verschiedenen Orten (hier in Behältern) vor. Es liegt mithin der Fall vor: G befüllt nach Ortsmerkmal, G' selektiert nach Farbe. Es findet zwischen den Automaten sozusagen eine Konversion von Unterscheidungsmerkmalen statt. So haben wir in diesem Beispiel, das geeignet ist, operable Wissenseigenschaften mit Hilfe von Zustandsräumen von Automaten zu erklären, gleichzeitig ein Beispiel angegeben, das aufzeigt, wie z. B. in einem "dunklen" Gehirn Farbe als Raummerkmal auftauchen kann. In einem abstrakten Sinne hat die Physik dies bisher dadurch erfasst, dass die Zählung von Informationseinheiten (Unterschieden) ebenfalls nicht an Art oder Form von Merkmalen gebunden ist. Können Menschen also Informationsmengen über Farbmerkmale bestimmen, wird diese Konversion von Farbe in "dunklen" Raum vorausgesetzt. Für die Existenz von operablem Wissen ist die Eigenschaft "Merkmalskonversion" aber existenziell. Es wäre ohne Konversion nicht möglich, operable Wissenseigenschaften über Wissensfunktionen (d. h. räumliche Symbolanordnungen mit Relationsgehalt) zu erfassen. Wir finden mithin an unseren Automaten vor, was biologisch in lebenden Systemen vielfach vorliegt: Unterscheidungsmerkmale unterschiedlichster Ausprägung können von biologischen Systemen räumlich klassifiziert werden.

Abschließend soll noch etwas zu Geldwerten gesagt werden, die sich auch unmittelbar aus der Nutzung der Automaten ableiten lassen. Wir können uns die Automaten so vorstellen, dass sie z. B. die Gewichtswerte der Kugeln erfassen, d. h. es werden Potenzialfunktionen genutzt. Für die Gewichtswerte können z. B. auch Energieeinheiten stehen, da Wägung mit Energieverbrauch verbunden ist. Statt Häufigkeiten (Zahlen) tauchen nun Energiewerte in den Distributionen auf. Die Energiewerte werden von jedem einzelnen Objekt (Kugel) verursacht, die Einzelwerte addieren sich zu einem Wert M. Können den Energieeinheiten (z. B. dem Energieaufwand zum Selektieren einer Kugel) Geldwerte zugeordnet werden, wie das in der Ökonomie gegeben ist, kann der Geldaufwand für die Analyse bzw. Synthese der Automaten unmittelbar angegeben werden. Den Kugelarten sind derart Geldmengen zugeordnet, es liegen Verteilungen vor, womit die Shannonwerte, wie angegeben, errechnet werden können. Auch auf diese Weise hat sich die humatische Sicht ergeben. Es ist unmittelbar einsichtig, dass Geldwerte auch für viele andere ökonomische Güter Relevanz haben, womit Geld als genereller Potenzialwert für eine Reihe unterschiedlichster Objekte (Gegebenheiten) stehen kann. D. h. in letzter Konsequenz, da es Wissen gibt, gibt es Geld und Geld ist damit als Maß für Wissen nutzbar. Wir sind wieder ganz dicht an Verteilungsfunktionen, bei denen wir sagen können: Da es Unterscheidbarkeit (Alternativität) gibt, können wir Häufigkeitsfunktionen erstellen, die Wissenseigenschaften charakterisieren. Gleich von welcher Seite wir uns der Beschreibung der Welt nähern, ob es Häufigkeitsverteilungen bei Automaten sind oder Wissensfunktionen, die wir direkt Menschen zuordnen, wir kommen zur Charakterisierung von operablen Wissenseigenschaften.

Auch die Zukunftsoffenheit der Welt kommt mit dem Beispiel der Automaten in einem ganz fundamentalen Sinne ins Spiel: Wir müssen nicht von einer guten Mischung der Kugeln durch Automat G ausgehen, es reicht, dass zwischen Analyse und Synthese eine Zeitspanne liegt, in der irgendetwas geschehen kann.

Hier soll kurz auf den grundsätzlichen energetischen Unterschied (Aufwandsunterschied) von Synthese und Analyse hingewiesen werden. Die Analyse muss bis zur Entnahme der letzten Kugel durchgeführt werden, da sich mit dem Zufallsergebnis der einzelnen Kugelentnahme die Häufigkeitsverteilung und somit auch die Informationsmenge ändern kann. Um eine solche Verteilung von Kugeln in einen Behälter zu legen, dass sich eine bestimmte Informationsmenge ergibt, reichen minimale Kugelzahlen. So bestimmt das Verhältnis von 3 blauen zu 2 gelben Kugeln die selbe Informationsmenge wie 300 blaue zu 200 gelben Kugeln. Derart kann schon der Syntheseaufwand für die Befüllung mit 5 Kugeln reichen, damit ein Analyseautomat die entsprechende Information daraus ermittelt. Wir finden die Situation vor, dass die Informationsmengen von Analyse und Synthese identisch sein können, der Aufwand für die Analyse aber ein Vielfaches der Synthese ist. Wird der Aufwand für die Analyse bzw. Synthese der Zustände z. B. in Energie- oder Gewichtseinheiten angegeben und durch die identische Informationsmenge geteilt, kann sich eine vielfach höhere Analyse- zu Synthesetemperatur ergeben (siehe zu den biologischen Folgerungen auch den letzten Absatz zu "Innovation und Evolution", ab Seite 97). Wir können daraus folgern, das Wissen nichts mit der Vervielfachung von Vorgängen zu tun hat, deren Informationsmenge gleich ist. Für diese Fälle ändert sich ausschließlich der Temperaturwert, was zu zeigen ist.

Bei Nutzung von Potenzialfunktionen (wobei in dieser Ausarbeitung hauptsächlich Gewichts-, Energie- und Geldwerte genannt sind, es können auch noch andere bisher unbekannte Potenzialfunktionen vorliegen) können wir die auch in der Physik zu findende Formel schreiben:

$$\boldsymbol{U - E = T\,\underline{H}}$$

Formel 14: Zusammenhang Informationsmenge und Potenzialfunktionsdifferenz

Mit E ist der minimale Aufwand angegeben, um die Größe $\underline{H}$ zu bestimmen. $\underline{H}$ ist gemäß obiger Ausführungen bereits aus der Minimalgruppe bestimmbar, womit E genau den Energieaufwand zur Analyse der Minimalgruppe darstellt. Mit U ist die Energie (der Aufwand) angegeben, um die Minimalgruppe zu reproduzieren. Ein Automat würde also zur Erhöhung dieses Wertes beispielsweise Gruppen von 3 und 2 Kugeln wiederholt in einen Behälter legen. T ist der Temperaturfaktor. Es ist nun sofort ersichtlich, dass T bei zunehmendem Energieüberschuss (U – E) wächst, da $\underline{H}$ für das vorgegebene Kugelverhältnis (für einen unveränderten Zustandsraum) konstant bleibt. Wie ein Automat Kugeln zu Gruppen zusammenfasst, ist, einmal vorgegeben, zigmal ohne zusätzlichen Informationsaufwand zu nutzen.

In vorstehendem Sinne können wir von eingefrorenem Wissen (Information) bei ökonomischen Gütern und Leistungen reden, wie es in diesem Buch an verschiedenen Stellen geschehen ist.

Die vorstehenden Ausführungen sind im Rahmen dieses Bandes als erste Hinweise zu verstehen, vertiefende Ausführungen werden in den Folgebänden zu finden sein (siehe: "Bände zur Buchserie: ", Seite 138).