# Humatics

# Zur Quantifizierung operabler Wissenseigenschaften

H.-D. Kreft [1], R. Kassing [2], O. Breidbach [3], J. Sillince [4], L. Karvalics [5]

[1] VisionPatents AG, Dassendorf;
[2] Physikalisches Institut, Universität Kassel;
[3] Ernst Haeckel Haus, Fakultät für Pharmazie und Biologie, Universität Jena
[4] Business School Aston University, UK;
[5] Information Society Research Institute, Technical University, Budapest

**Abstract**

**Knowledge as the basis of science has up to now only verbally defined features which are not accepted between all sciences. On the other hand knowledge must have some interoperable, physical related features since otherwise we wouldn't be able to exchange knowledge between humans. With the introduced theory knowledge becomes like information a measure and therefore this measure is a base for interdisciplinary use in physics, economics and biology.**

**Zusammenfassung**

Es wird eine physikalische Theorie zur Quantifizierung operabler Wissenseigenschaften vorgestellt, die als Teilmenge von Wissenseigenschaften aufzufassen ist. Zu diesem Zweck wird das Shannonsche Konzept zur Quantifizierung von Information herangezogen und erweitert. Die dargestellten operablen Wissenseigenschaften sind in gleicher Weise interdisziplinär nutzbar, wie es z. B. für den Informationsbegriff seit der Einführung eines Informationsmaßes der Fall ist. Von der Vielzahl der aufgedeckten operablen Wissenseigenschaften werden als Beispiele Kompetenz und Innovation näher erläutert. Als ein wichtiges Ergebnis wird der Zusammenhang zwischen Geldwert und Wissen ausführlicher dargestellt. Einige erste praktische Ergebnisse der Anwendung in Betrieben werden vorgestellt.

**Inhaltsübersicht:**

**Anschauliche Einführung** .......... **3**

Teil 1: Wissen, Information .......... 3

Teil 2: Entropie, Information .......... 4

**Die Erweiterung des Shannonschen Konzeptes zur quantitativen Erfassung von operablen Wissenseigenschaften** .......... **6**

Identität, Alternativität bei Messungen .......... 8

Die erweiterte Shannonformel .......... 10

Komplex alternative Zahlen und operable Wissenseigenschaften .......... 11

Anwendung: Münzwurf in komplex alternativer Darstellung .......... 13

**Entropie, Information und Wissen** .......... **15**

**Ökonomische Anwendungen operabler Wissenseigenschaften** .......... **18**

Q-Distributionen: Zusammenhänge zwischen Energie, Geld, Wissen .......... 18

Geldwert und Wissen .......... 21

Kompetenz und Rationalisierungspotenzial in Firmen .......... 23

Erste Ergebnisse aus Anwendungen in Betrieben. .......... 24

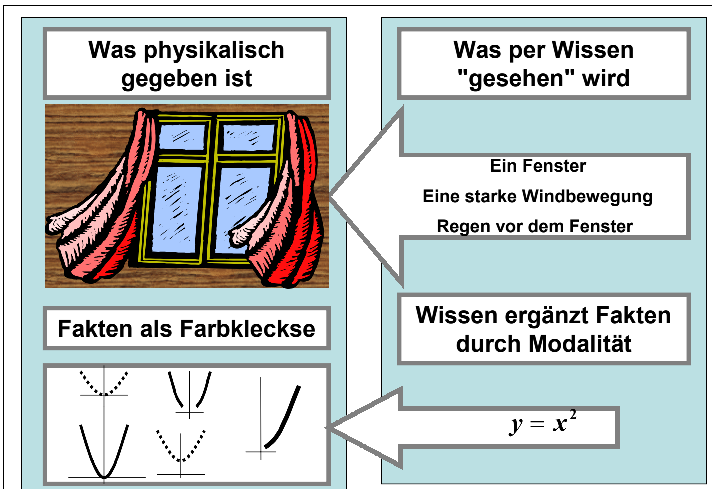
**Einbeziehung biologischer Systeme** .......... **25**

**Abschließende Bemerkung** .......... **27**

**Literatur:** .......... **28**

# Anschauliche Einführung

## *Teil 1: Wissen, Information*




Figur 1: Information und Wissen

Ausgangspunkt zur Einführung operabler Wissenseigenschaften ist der Unterschied zwischen Information und Wissen, der zunächst mit Hilfe von Figur 1 veranschaulicht wird. Es wird empfohlen, links oben statt des Fensters, das zu sehen, was der physikalischen Realität näher kommt: Eine Menge W von winzigen Farbklecksen. Diese können nach verschiedensten physikalischen Messwerten wie Helligkeit, Farbe, Position klassifiziert und gezählt werden, d. h. in Häufigkeitsverteilungen zusammengestellt werden, woraus sich mit Hilfe des Shannonschen Informationsmaßes eine Informationsmenge in der Einheit bit bestimmen lässt. Derart ist das Maximalmaß der Shannoninformation zum Fensterbild direkt bestimmt durch die Summe aller unterscheidbaren Fakten $W_{fenster}$, die wir im Folgenden als Grundmenge der Informationsbestimmung bezeichnen. Somit ergibt sich: $H_{Smax} = F_S(W_{Fenster})$ (gelesen: Die maximale Menge der Informationseinheiten $H_{Smax}$ ergibt sich aus der Shannonfunktion $F_S$ angewandt auf die Grundmenge der unterscheidbaren Zustände $W_{Fenster}$. Rechts in Figur 1 ist angegeben, was per Wissen in die Fakten hineininterpretiert wird: Ein Fenster, Windbewegung, Regen vor dem Fenster etc. Offenbar ergänzt Wissen Fakten durch mögliche Fakten. In diesem Sinne ist der im Bild "gesehene" Wind als mögliches Faktum eine Modalität, die offenbar durch die Auslenkung der Gardine per

Wissen in das Bild hineininterpretiert wird. Damit ist klar, dass die Gesamtmenge der oben angegebenen Information $H_{Smax}$ für ein Wissensmaß nicht gelten kann. Wir müssen die modalen Ergänzungen zusätzlich berücksichtigen. Wir können für die Menge an Wissenseinheiten ganz allgemein schreiben: $H = F_K(W, M)$ (zu lesen: Wissensmenge ist Funktion von faktischer Grundmenge W sowie Modalität M). Daraus folgend ist für die Quantifizierung von operablen Wissenseigenschaften die Funktion $F_K$ und die Einbeziehung der Modalität M zu finden.

Die grundlegende Idee, um neben Fakten W auch Modalität M zur Quantifizierung von Wissenseigenschaften nutzen zu können, ist unten in Figur 1 angegeben. Dort sind einige von vielen Darstellungen der Funktion $y = x^2$ gezeigt. Wir können eine Formel quasi als Modalität ihrer unüberschaubaren, faktisch niemals in Gänze darstellbaren Vielfalt auffassen. Zur Darstellung von operablen Wissenseigenschaften wird genau dieser Zusammenhang zwischen Funktion und Repräsentation genutzt. Indem Wissensfunktionen eingeführt werden, verfügt Wissen über Modalität und ist jeder Ansammlung von Fakten überlegen.

## *Teil 2: Entropie, Information*

Information steht auch in einem Zusammenhang zu der physikalisch wichtigen Größe der Entropie. Das soll hier skizziert werden.

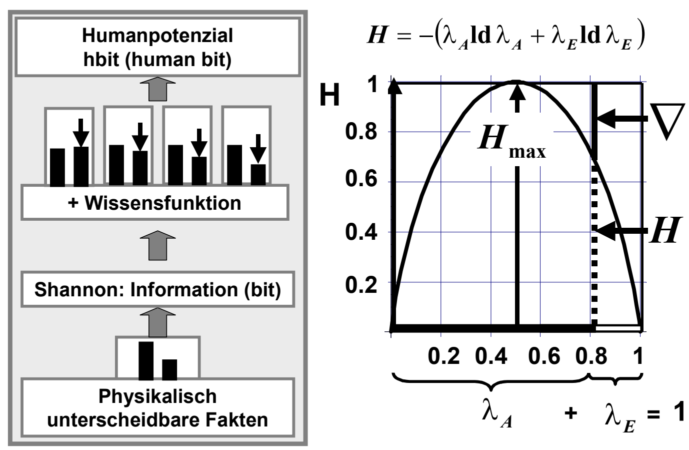
Die Entropie ist eine physikalische Zustandsgröße, mit der die zunehmende Ähnlichkeit der Natur erfasst wird. Als Beispiel dient häufig die heiße Tasse Kaffee, die sich ohne Dazutun grundsätzlich auf das niedrigere Temperaturniveau ihrer Umgebung anpasst. Planck (Planck, 2001) formulierte: "Der Prozess der Wärmeleitung lässt sich auf keinerlei Weise rückgängig machen". Später prägte sich hierfür der Begriff der Irreversibilität ein, womit gemeint ist, dass die Welt niemals in den unveränderten Zustand zurückversetzt werden kann, in dem sich Welt und heiße Tasse anfangs befanden. Wenn die Tasse lokal wieder erhitzt wird, hat global die Entropie weiter zugenommen. Die universelle Gültigkeit dieser Zusammenhänge wird in einem der fundamentalsten Sätze der Physik, dem sogenannten 2. Hauptsatz der Thermodynamik schlicht ausgedrückt als: Die Entropie nimmt zu. Erstmalig wurde für die Entropie ein quantitatives Maß von Clausius 1865 angegeben, der auch den Namen Entropie dieser bis dahin unbekannten Zustandsgröße aus den Wortteilen Energie und Tropi (altgriechisch Verwandlung) prägte. Womit unter Entropie auch so etwas wie Energiewandlung zu verstehen wäre. Übersehen wird häufig, dass die spätere Entdeckung des Planckschen Wirkungsquantum h als eine der bedeutsamsten Größen der Natur unmittelbar mit der Boltzmannschen Formel zur Entropiebestimmung verbunden ist (Planck, 2001).

Die Quantifizierung von Information geschah in der heute genutzten Form (in bit bzw. Byte) durch Claude E. Shannon (Shannon, 1948), der auf den früheren Arbeiten von Hartley aufbaute. Ein Hauptanliegen von Shannon war, ein Maß für die Störung von Signalen zwischen Signalsendern und Signalempfängern zu finden. Das Ähnlicherwerden von Signalen beim Übertragen (ihr Verrauschen) ist der tiefere Grund für den Zusammenhang mit der durch die Entropie erfassten Ähnlichkeitszunahme. Zur Quantifizierung von Entropie und Information wird ein gleicher mathematischer Ansatz verwendet. In beiden Fällen wird als Bezugsbasis für das jeweilige Maß die Grundmenge zueinander ununterscheidbaren Zustände (quantenmechanisch nicht gleich zu setzen mit der Zählbarkeit der Zustände) verwendet. Liegt diese ununterscheidbare Grundmenge W vor (ist also eine Vielzahl durch Gleichheit charakterisiert), ergibt sich sowohl für die physikalische Entropiemenge ($S_P$) wie für die Shannonsche Informationsmenge ($H_S$) jeweils ein eindeutig bestimmter Maximalwert: $S_{Pmax} = F_B(W)$, bzw. $H_{Smax} = F_S(W)$, wobei $F_B$ für die Funktion der Boltzmannformel ($S = k \ln W$) und $F_S$ für die Shannonformel steht. Boltzmann- wie Shannonformel unterscheiden sich nur geringfügig durch die Wahl der Logarithmenbasis und sind ineinander umzurechnen. Heben sich hingegen einige Zustände von ihrer Bezugsbasis gleicher Zustände ab (sind also anders), sinkt sowohl die Entropie- wie auch die Informationsmenge. In diesem Sinne setzt jedes Informations- wie Entropiemaß die Kenntnis von Ähnlichkeit (für die gleiche Menge der Grundbasis) wie die von Unterschiedlichkeit (für die Menge der besonderen Fälle) voraus. Gleichheit (auch Identität) bzw. Unterscheidbarkeit (auch Alternativität) sind also die entscheidenden und vorausgesetzten Begriffe hinter dem Konzept der Entropie wie der Information (siehe zum Zusammenhang zwischen Begriff und Information/Entropie die Ausführungen von v. Weizsäcker 1971, 1985). Durch die neuere Theorie der operablen Wissenseigenschaften (Kreft, 2003) wird gezeigt, dass mit der Quantifizierung von Wissensmengen auch die Zusammenhänge zwischen Entropie und Wissen quantifiziert werden. Hierzu werden weiter unten Hinweise gegeben.

Wie wir vom Informationsmaß $H_S$ zum Wissensmaß H kommen, wird durch eine Erweiterung des Shannonschen Konzeptes am Beispiel alternativer Ereignisse (Münzwurf) im Folgenden dargestellt.

## Die Erweiterung des Shannonschen Konzeptes zur quantitativen Erfassung von operablen Wissenseigenschaften

Das Konzept zur Einführung operabler Wissenseigenschaften folgt der erfolgreichen, naturwissenschaftlichen Methode, wonach Erscheinungen auf Grund ihrer Eigenschaften dargestellt und untersucht werden. In diesem Sinne wird nicht gefragt, was Wissen ist, es wird gefragt, wie Eigenschaften von Wissen zu quantifizieren sind. Die benutzten Methoden müssen reproduzierbar sein, womit für weitere Diskussionen die Referenzbasis präzisiert ist. Über Wissenseigenschaften, die nicht als quantitatives Ergebnis operabler Wissenseigenschaften darzustellen sind, werden hier keine Aussagen gemacht.




**Figur 2: Shannon-Information und Wissensmaß**

In seinem berühmten, 1948 erschienenen Artikel präsentierte Shannon die rechts in Figur 2 dargestellte Kurve für alternative Ereignisse und schrieb: "*The entropy in the case of two possibilities p and q = 1- p, namely is plotted in Fig. 7 as a function of p."* Er nutzte für die Kurve die Formel in folgender Darstellung :

$$H = -\left( p \;\log\; p + q \;\log\; q \right)$$

**Formel 1: Shannonsche Formel zur Shannon Kurve**

Der Wert H der Formel 1 wird allgemein als Shannonscher Informationswert eines alternativen Ereignisses bezeichnet und im Folgenden mit $H_S$ angegeben.

Für die beiden alternativen Merkmale q, p in der Shannonschen Formel nutzen wir die Symbole $\lambda_A$, $\lambda_E$ (mit $\lambda_A + \lambda_E = 1$, siehe Figur 2). Mit $\lambda_A = \lambda_E = ½$ liegen die beiden Alternativen (z. B. die beiden Seiten A, E einer Münze) gleichhäufig vor, womit sich gleich hohe "Balken" in einer Häufigkeitsverteilung ergeben. Für diesen Fall erhalten wir als Ergebnis der Shannonformel $H_{Smax} = 1$ bit als maximalen Wert der Informationsmenge (siehe Shannonkurve rechte Darstellung Figur 2). Wir erkennen für diesen Fall unschwer in den gleichen Häufigkeiten der Alternativen unsere oben angegebenen Grundmenge wieder, die auch Identität bei eine Vielzahl von Elementen voraussetzt. Wird statt der Münze ein Würfel verwendet, ergibt sich eine Häufigkeitsverteilung mit sechs Ereignissen. Allgemein gilt für einen beliebige Zahl L von Ereignissen die Shannonformel (Zeile 1 folgender Formel):

$$\mathbf{1:}\quad H_s = -\sum_{k=1}^{L} \lambda_k \,\mathrm{ld}\, \lambda_k \ \ \mathbf{bit} \quad ; \quad H_{S\max} = ld\ L$$

$$\mathbf{2:}\quad \mathbf{mit:}\ \lambda_k = \frac{m_k}{M} \quad ; \quad M = \sum_{k=1}^{L} m_k$$

$$\mathbf{3:}\quad T = \frac{M}{H} \quad ; \quad T_{\min} = \frac{M}{H_{\max}}$$

$$\mathbf{4:}\quad T = \frac{E(M)}{H} \quad ; \quad T_{\min} = \frac{E(M)}{H_{\max}} \quad \mathbf{mit:}\ \mathbf{E(M)} = \kappa\, \mathbf{M}$$

$$\mathbf{5:}\quad E(M) = T\ H$$

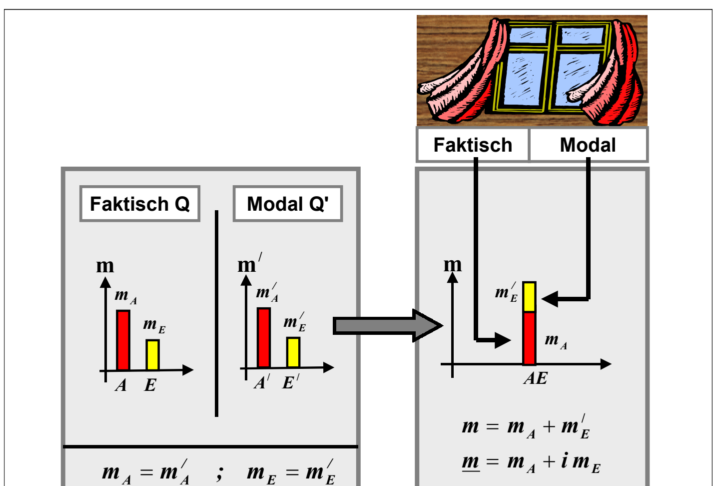
**Formel 2: Zur Berechnung einer Informationsmenge nach Shannon**

In Zeile 1 ist die Formel nach Shannon zur Berechnung einer Informationsmenge $H_S$ in der Einheit bit für eine beliebige Zahl L von unterscheidbaren Ereignissen (Ereignisklassen) angegeben. In Zeile 2 ist angegeben, wie sich die $\lambda$-Werte (relative Häufigkeiten in der Shannonformel) errechnen. Die Anzahl des Erscheinens des Ereignisses k wir mit $m_k$ angegeben und durch die Anzahl aller Ereignisse M (das ist die Bezugsmenge) dividiert. Unterschiedlichkeit finden wir hier als Voraussetzung zur Bestimmung von $m_k$, Gleichheit als die zur Bestimmung von M wieder. Rechts in Zeile 1 ist der Maximalwert $H_{Smax}$ für identische Ereignishäufigkeiten (alle $m_k$ sind gleich) angegeben. Für eine Münze ist bei identischer Häufigkeit ihrer beiden Seiten L = 2, woraus sich als binärer Logarithmus der Wert 1 bit für diesen Maximalwert alternativer Ereignisse in Übereinstimmung mit der Shannonkurve (Figur 2) ergibt.

Da jedem Messereignis ein bestimmter Energieverbrauch E zugeordnet werden kann, ergibt sich in Zeile 3 der Wert T, den wir weiter untern nutzen werden.

Ein besonderes Problem ergibt sich, soll die Shannonkurve aus Figur 2 messtechnisch erfasst werden. Wird z. B eine Münze zur Erstellung der Häufigkeitsverteilung der alternativen Ereignisse "Seite A oben" bzw. "Seite E oben" verwendet, wird es schwierig bzw. unmöglich, genügend reale Münzen zu finden, die den Wertebereich $\lambda_A$ , $\lambda_E$ insbesondere bei Abweichungen vom Mittel ($\lambda_A = \lambda_E = ½$ ) vollständig abdecken. Durch Manipulation, d. h. Einwirkung von Wissen (Energieeinsatz), können hingegen beliebige Wertepaare $\lambda_A$ , $\lambda_E$ erzeugt werden. Das ist mit den Pfeilen im linken Bildteil der Figur 2 für Häufigkeiten dargestellt. Um einen bestimmten Punkt auf der Shannonkurve zu erzeugen, wird also eine Münze solange schrittweise (gemäß der Pfeilmarkierungen in Figur 2) manipuliert, bis ihre Häufigkeitsverteilung den vorgegebenen Wert (oder Wertebereich) erreicht. Diese typische Fähigkeit von Wissen, Realität so zu verändern, dass sich Modalitäten als Ereignisse realisieren, wird zur Grundlage der Quantifizierung von Wissen.

## *Identität, Alternativität bei Messungen*




**Figur 3: Zusammengesetzte Häufigkeiten**

Die grundlegende Idee zur Erfassung eines Maßes für Wissen ist, physikalische Ereignisse über die Zahl $\lambda_A$ und Modalität über die Zahl $\lambda_E$ (siehe $\lambda_A$ , $\lambda_E$ in Figur 2, rechts unten) der Shannonkurve zu erfassen. Zu diesem Zweck nutzen wir die Daten einer faktisch gemessene Häufigkeitsverteilung einer Münze, wie sie links in Figur 3 mit Q (Häufigkeiten $m_A$, $m_E$) angegeben ist und vergleichen diese mit den per Wissen gesetzten Modaldaten (Q':

$m_A'$ , $m_E'$). Stimmt die faktische Messverteilung mit der modalen Vorgabe überein, handelt es sich um deckungsgleiche Häufigkeitsverteilungen, die wir als symmetrisch bezeichnen. Bei diesen symmetrischen Verteilungen gibt es also zu den realen Häufigkeiten ($\lambda_A$ , $\lambda_E$) jeweils gleichwertige modale ($\lambda_A'$, $\lambda_E'$). Wir definieren nun bei Vorliegen einer solchen Symmetrie eine zusammengesetzte Häufigkeit als Summe aus dem realen Anteil $m_A$ und dem modalen $m_E'$, was im rechten Kasten der Figur 3 durch den Balken AE dargestellt ist. Der Zustand AE besteht also aus einer Kombination des realen Messvorganges (hier Zählen von $m_A$) mit der modal gesetzten Zahl ($m_E'$). Da für den Fall symmetrischer Verteilungen $m_E = m_E'$ gilt, können wir auch als zusammengesetzte Häufigkeiten $m_A$, $m_E$ schreiben. Das Zahlenpaar $m_A$, $m_E$ hat die konstante Summe m, mit der die Anzahl der Ereignisse angegeben ist. Wir nennen $m_A$ den applikativen Teil und $m_E$ den interpretativen (modalen) Teil dieses Zustandes (siehe Balken AE im rechten Teil Figur 3). Wobei $m_E$ (wahlweise $m_A$) bei bekannter Messanzahl m aus der Differenz $m_E = m - m_A$ zu ermitteln ist. Wir können mithin AE als Kombination aus Faktizität (Messung) und Modalität (Ergebnis einer Wissensleistung) auffassen, die hier mit "Fähigkeit zur Manipulation von Münzen zwecks Messung der Shannonkurve" zu charakterisieren wäre. Wie die Shannonformel auf diese zusammengesetzte Häufigkeit anzuwenden ist, wird unten in Formel 3 ausgeführt und erläutert.

Ein besonderer Fall liegt für $m_A = m_E$, d.h. für identisch häufiges Auftreten der beiden Seiten einer Münze vor. Es ergibt sich als Shannonwert $H_S = 1$ für diese Identität (siehe Erläuterung zu Formel 2). Es liegt also eine besonderen Form von Symmetrie, die der Identität vor. Wissen kann in diesem Falle davon ausgehen, dass Messung (Realität) mit Modalität, d. h. Interpretation in Form von Erwartung, Schätzung, Rechnung übereinstimmt.

Häufigkeitsverteilungen aus Elementen, die aus zwei Zahlen zusammengesetzt sind, bezeichnen wir als Wissensfunktion, da in ihr Zahlen ($m_A$) für Messergebnisse und Manipulation ($m_E$) enthalten sind. Die einzelnen Elemente solcher Wissensfunktionen bezeichnen wir als Konstituenten. Die Konstituenten einer Wissensfunktion lasse sich für Rechnungen vorteilhaft in Form komplexer Zahlen darstellen, was weiter unten erläutert wird.

## *Die erweiterte Shannonformel*

$$
\begin{aligned}
&1: \quad h_k = h_{Ak} + h_{Ek} = \lambda_{Ak}\ \mathbf{ld}\,\lambda_{Ak} + \lambda_{Ek}\ \mathbf{ld}\,\lambda_{Ek} \\
&2: \quad H = \sum_{k=1}^{L} h_k = -\sum_{k=1}^{L}\left(\lambda_{Ak}\ \mathbf{ld}\,\lambda_{Ak} + \lambda_{Ek}\ \mathbf{ld}\,\lambda_{Ek}\right)\ h\mathbf{bit} \quad ; \\
&3: \quad \mathbf{mit:}\ \ \lambda_{Ak} = \frac{m_{Ak}}{M}\ ;\ \ \lambda_{Ek} = \frac{m_{Ek}}{M}\ ; \qquad M = \sum_{k=1}^{L} m_k \\
&4: \quad H = H_S + 1 \qquad \Rightarrow \qquad H_{\max} = H_{Smas} + 1 \\
&5: \quad H_S \le H \le H_S + 1
\end{aligned}
$$

**Formel 3: Die erweiterte Shannonformel für zusammengesetzte Häufigkeiten**

Zur Veranschaulichung der Ausdrücke in Formel 3 kann die Figur 3 (auch Figur 4) herangezogen werden. In der ersten Zeile der Formel 3 ist die Shannonformel für alternative Ereignisse aus Formel 1 in der hier verwendeten Notation wiederholt. Es wird also für jede Konstituente die Summe $h_{Ak} + h_{Ek}$ berechnet, was der Shannonschen Summe der Formel 1 entspricht und nach der hier gewählten Notation in Zeile wiederholt ist. Das entspricht anschaulich der Anwendung der Shannonschen Formel auf eine Konstituente, wie si z.B. als $Q_A$ in Figur 4 (bzw. Q in Figur 3) dargestellt ist. In Zeile 2 werden die Einzelergebnisse $h_k$ für eine aus k Konstituenten zusammengesetzte Verteilung zur Summe H addiert, womit sich die erweiterte Shannonsche Formel ergibt. Das entspricht der Anwendung der Shannonschen Formel auf $Q_B$ in Figur 4. Den Wert H bezeichnen wir als Humanpotenzial. Damit setzt sich das Humanpotenzial H einer Wissensfunktion additiv aus der "Alternativinformation" seiner Wissenskonstituenten zusammen. Wir können auch sagen: Die in einer herkömmlichen Shannonformel (siehe Formel 2) in einer Distribution aus k Ereignissen enthaltenen Häufigkeiten werden zusätzlich in ihre applikativen Teile $\lambda_{Ak}$ wie interpretativen Teile $\lambda_{Ek}$ zerlegt. Darin kommt zum Ausdruck, dass Wissen zu Ereignissen Alternativen angeben kann, indem z. B. eine Münze entsprechend geformt wird. Der zahlenmäßige Zusammenhang zum Shannonschen Informationsmaß $H_S$ ist in Zeile 4 angegeben. Für eine, zu einer beliebigen Verteilung errechneten Informationsmenge $H_S$ ergibt sich bei paariger Aufteilung der Konstituenten (also symmetrischer Verteilung) die Wissensmenge zu: $H = H_S + 1$. Das heißt: Gelingt es durch Wissen, zu jedem Faktum, das zu einer Informationsmengenbestimmung vorliegt, eine Alternative anzugeben, gilt genau dieser um einen Einheit erhöhte Wert $H = H_S + 1$ als der Mengenwert des Wissens. Der kleinste Wert $H = H_S$ ergibt sich, wenn keine Alternativität vorliegt, es sich also um eine reine Informationsmengenbestimmung handelt. Damit liegen Humanpotenzialwerte genau zwischen diesen beiden Extremwerten von Distributionen (Wissensfunktionen). Das ist in der mittleren Distribution $Q_B$ in Figur 4 dargestellt. Die rechte Distribution $Q_C$ stellt hingegen das maximal mögliche Maß $H_{max}$ dar, das sich ergibt, wenn Identität sowohl in der äußeren Form wie in der inneren Aufteilung (der Alternativität) vorliegt, d. h. wenn die Grundgesamtheit ununterscheidbar vorliegt. Wir können diese Ergebnisse auch so interpretieren: In jedem Humanpotenzial steckt ein Informationswert $H_S$, der ein Maß für die äußerer Erscheinungsform einer Verteilung ist. Dieser wird durch ein Maß Nabla $\nabla$ ergänzt, das nur im Wertebereich $0 \leq \nabla \leq 1$ liegt und ein Maß für die innere Erscheinungsform ist. Je größer $\nabla$, desto größer die Abweichung von der Identität. Weiter unten werden wir die ökonomische Bedeutung dieser Größe $\nabla$ kennen lernen.

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H_S} + \nabla \qquad \Leftrightarrow \qquad \nabla = \boldsymbol{H} - \boldsymbol{H_S}$$

**Formel 4: Humanpotenzial, Informationsmenge und Innovationspotenzial**

Die Größe Nabla $\nabla$ gibt also an, wie groß der Unterschied zwischen Humanpotenzial H und faktischer Informationsmenge $H_S$ ist. Für eine Konstituente, d. h. eine Alternative ist sie aus Figur 2 ersichtlich.

Zusammenfassend können wir sagen, dass in Wissensfunktionen mit ihren zusammengesetzten Konstituenten eine unendliche Menge von Alternativen enthalten ist, die weit über das Maß der messbaren Realität hinausgeht.

## *Komplex alternative Zahlen und operable Wisseneigenschaften*

Für die mathematische Behandlung paarig auftretender Strukturen, wie sie oben dargestellt wurden, bieten sich komplexe Zahlen an. Die hier benötigten, besonderen Eigenschaften sind in Formel 5 angegeben. Die Besonderheit dieser komplexen Zahlen m ist ihre Eigenschaft der Alternativität: Realteil $m_A$ und Imaginärteil $m_E$ ergänzen sich jeweils zu einer konstanten Summe m. Das ist der wesentliche Inhalt der Definition in Zeile 1, 2, der Formel 5. Diese besonderen komplexen Zahlen werden als komplex alternative Zahlen bezeichnet. Mathematisch kurz erhalten sie einen Eigennamen: Komplex Alternative. Sie werden mit der Schreibweise m (m-Unterstrich) gekennzeichnet und stellen eine Untermenge der komplexen Zahlen dar. In der Gaußschen komplexen Zahlenebene werden die $\underline{m}$

durch die Schar paralleler Geraden, die als Anfangs- bzw. Endpunkte gleiche Achsenabschnitte m auf der positiven realen wie imaginären Achse haben, dargestellt.

Die einfachen Schritte zwischen Zeile 3 bis 6 der Formel 5 führen zu der Shannonformel gemäß Formel 1 mit der dazugehörigen Figur 2. Bemerkenswert ist nun, dass Komplex Alternative mathematisch sowohl die Eigenschaft Alternativität (Zeile 3: $\lambda_A + \lambda_E = 1$) wie auch die der statistischen Unabhängigkeit (Zeile 8: $\lambda_A \bullet \lambda_E$) enthalten. Es liegt also eine mathematische Struktur vor, die das gemeinsame Auftreten von Alternativität wie auch statistischer Unabhängigkeit gemeinsam erfasst. Statistische Unabhängigkeit war für das Einzelergebnis (die physikalische Realität), Alternativität für die modale Vorgabe, die angestrebte, alternative Häufigkeitsverteilung zwingend. So liegt zwischen Faktizität und Modalität einerseits Alternativität anderseits Unabhängigkeit vor. Statistische Ergebnisse liegen naturgemäß in der Realität vor, Alternativität ist eine Eigenschaft der Modalität. Beide Eigenschaften werden in Wissensfunktionen vereinigt und sind in komplex alternativen Zahlen enthalten.

$$
\begin{array}{ll}
\mathbf{1:} & \underline{m} = m_A + i\, m_E \quad m_A, m_E \in \{+R\} \\
\mathbf{2:} & m = m_A + m_E \;\; ; \;\; m =: [\underline{m}] \\
\mathbf{3:} & 1 = \lambda_A + \lambda_E \;\; ; \;\; \lambda_A = \dfrac{m_A}{m} \; ; \; \lambda_E = \dfrac{m_E}{m} \\
\mathbf{4:} & \underline{\lambda} = \lambda_A + i\lambda_E \;\; ; \;\; \underline{m} = m\underline{\lambda} \;\; ; \;\; \lambda_E = 1 - \lambda_A \\
\mathbf{5:} & H = -\left(\lambda_A \,\mathrm{ld}\, \lambda_A + \lambda_E \,\mathrm{ld}\, \lambda_E\right) \;\; \mathrm{hbit} \\
\mathbf{6:} & H = -\left(p \,\mathrm{ld}\, p + q \,\mathrm{ld}\, q\right) \qquad ; \qquad q = 1 - p \\
\mathbf{7:} & \underline{\lambda}^{\#} = \lambda_E + i\lambda_A = i\underline{\lambda}^{*} \quad \Rightarrow \quad \underline{\lambda}\,\underline{\lambda}^{\#} = i\underline{\lambda}\,\underline{\lambda}^{*} \\
\mathbf{8:} & 1^2 = \left(\lambda_A + \lambda_E\right)^2 = \underline{\lambda}\,\underline{\lambda}^{*} + 2\lambda_A\lambda_E \Leftrightarrow \lambda_A\lambda_E = \dfrac{1 - \underline{\lambda}\,\underline{\lambda}^{*}}{2} \\
\mathbf{9:} & T = \dfrac{M}{H} \;\; ; \;\; \text{with } M = m
\end{array}
$$

**Formel 5: Definition der komplex alternativen Zahlen**

Da jede reale Zahl m in beliebig viele, zweiteilige Summanden zerlegt werden kann, gibt es zu jeder realen Zahl eine unendliche Menge von komplex alternativen Zahlen [$\underline{m}$]. Wir nennen m die reale Basis einer Komplex Alternativen. Als Beispiel schreiben wir für die reale Zahl 4 (gemäß Definition in Zeile 2): m = 4 = [$\underline{4}$] = [2 + 2i] = [0.5 + 3.5i] = $4 \bullet [\cos^2 \varphi + i \sin^2 \varphi]$ = 4 [0.5 + 0.5i] etc. Wir können dies Ergebnis mathematisch so darstellen: Da zwischen einer realen Zahl m und ihrer unendlichen Menge komplex alternativer Zahlen $\underline{m}$ definierte Relationen bestehen, ist m die Funktion all ihrer komplex alternativen Zahlen. Wir haben also den realen Zahlen m einen komplexen Funktionenraum zugeordnet, den wir als Modalraum der realen Zahlen bezeichnen können.

Aus den Zeilen 3, 4 der Formel 5 ist zu entnehmen, dass zu jeder Komplex Alternativen eine komplex alternative Norm $\underline{\lambda}$ gegeben ist, auf deren Realteile $\lambda_A$, $\lambda_E$ die Shannonformel problemlos anzuwenden ist. Für das Ergebnis dieser besonderen Anwendung der Shannonformel definieren wir als Maß 1 hbit (human bit) und bestimmen es als die Einheit des Humanpotenzials H. Im Sinne der oben eingeführten Wissensfunktion, kann mithin zu jeder Wissensfunktion ein Humanpotenzial als spezifischer Wert ermittelt werden. Dies Humanpotenzial H besteht also im Unterschied zum bekannten Shannonschen Informationsmaß $H_S$ aus zwei Teilen: Der applikative Teil ist durch $\lambda_A$ gegeben und hängt von den physikalischen Gegebenheiten eines Experimentes (einer Ereignisklasse, einer Situation) ab. Der interpretative Teil wird repräsentiert durch $\lambda_E$ und hängt von den möglichen modalen Wissensvorgaben ab.

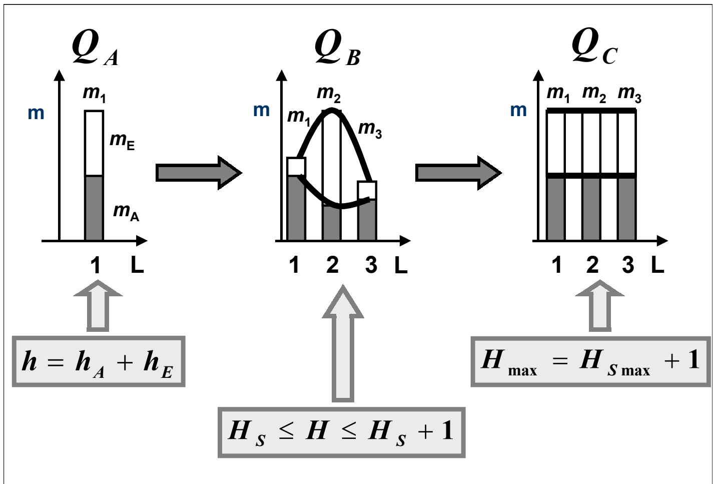
In dem für die Ermittlung des Humanpotenzials H beide Teile komplex alternativer Zahlen verwendet werden, ist darin die Übereinstimmung zweier symmetrischer Häufigkeitsverteilungen enthalten (siehe Erläuterung zu Figur 3), wobei als Sonderfall Identität auftritt. Derart ist eine physikalisch messbare Realität erfasst, die für Wissen untrennbar mit Modalität verknüpft ist.

## *Anwendung: Münzwurf in komplex alternativer Darstellung*

Nach der formalen Einführung komplex alternativer Zahlen soll für das obige Beispiel des manipulierten Münzwurfs gezeigt werden, wie sich die statistischen Ergebnisse bei Anwendung komplex alternativer Zahlen ergeben. Wir nutzen eine manipulierte Münze und testen sie mit 130 Würfen, womit m = 130 vorgegeben ist. Mit dieser nicht aus Fakten heraus gegebenen Festlegung, hat Wissen sich ein erstes Mal bemerkbar gemacht. Der Funktionenraum ist durch die unendliche Menge von [$\underline{130}$] Komplex Alternativen gegeben. Damit ist die Menge aller möglichen, manipulierbaren Ergebnisse bei jeweils 130 Würfen als Funktion erfasst, wie im Fensterbeispiel die Menge aller denkbaren Interpretationsmöglichkeiten erfasst wäre. Wir erkennen hier, dass Wissen als Träger dieser unendlichen Menge von Häufigkeitsverteilungen im Sinne eines Potenzials zu verstehen ist. Mit dieser Eigenschaft ist Wissen prinzipiell in der Lage, Neues in die Welt zu setzen, das nicht aus Fakten abzuleiten ist. Wir wollen nun mit 130 Würfen die spezifische Komplex Alternative zu einer faktisch vorliegenden Münze finden, d. h. es soll eine Symmetrie zwischen gemessener Häufigkeit und modaler gefunden werden. Wir ordnen die Zahl 1 der "Oberseite A" zu und legen damit fest, was wir hier als ein messbares, d. h. physikalisch bestimmbares Ereignis (Zustand) ansehen. Nach dem ersten Wurf möge "A" erscheinen. Es ergibt sich $m_A = 1$. Im Modalraum verfügt Wissen sofort über die alternative Ergänzung $m_E' = 0$, womit sich als Komplex Alternative für diese aus Realität und Modalität zusammengesetzte Verteilung ergibt: (1 + 0 i), mit $m_A = 1$ als applikativer Zahl für die "Oberseite". Der zweite Wurf möge nicht die Oberseite zeigen. Wir müssen dieser Erscheinung kein weiteres Attribut als das der "Nicht-Oberseite" zubilligen, d. h. wir interpretieren, dass die "Oberseite" in ihrer alternativen Form auftaucht, sie liegt also "unsichtbar" unten, wir schreiben: (0 + 1i). Nach 130 Würfen addieren wird die 130 gefundenen Komplex Alternativen und mögen als Ergebnis erhalten: (50 + 80i). Damit ist angegeben, dass die "Oberseite" in 50 Fällen gefunden wurde und in 80 Fällen ihre Alternative vorlag. Wir können das Ergebnis ebenso gut in der Form 130• (5/13 + 8/13 i) gemäß Zeile 4, Formel 5 schreiben. Wird auf die darin enthaltene alternative Norm (5/13 + 8/13 i) die Shannonformel angewandt, ergibt sich genau ein bestimmter Punkt auf der Shannonkurve (Figur 2). Hier ist es: $H = - (5/13 \cdot ld\ 5/13 + 8/13 \cdot ld\ 8/13)$. Dies Ergebnis ist ersichtlich gleich zu einer herkömmliche gemessenen Häufigkeitsverteilung.

In obigem Beispiel kommt uns die Eigenschaft komplexer Zahlen zugute, nach der Real- und Imaginärteil (Messwert und Modalwert) getrennt addiert werden können. Für den besonderen Fall der Identität (½ + ½ i) wird als H-Wert gemäß Fromel 2, Zeile 5 der Maximalwert: $H_{max} = 1$ hbit gefunden. Es dürfte von Interesse sein, dass auch mit der Nutzung komplex alternativer Zahlen diese Identität – wie auch bei normalen Häufigkeitsverteilungen – kein Effekt allein der physikalischen Realität sein kann, da diese nur für gradzahlige Ereigniswiederholungen (also bei bereits vorgegebener Identität) gelten könnte (ungerader Messwiederholung, z. B. bei 5 mal "A oben" und 4 mal "nicht A oben" ergibt sich: $\lambda_A \neq \lambda_E$). Es wäre also Identität über die Hintertür der Gradzahligkeit eingeführt worden. Setzen wir zur Umgehung dieses Problems unendliche Wiederholung der Messung an, ist gleichzeitig eine ewig gleichbleibende Messumgebung (Welt) im Widerspruch zum Entropiesatz gefordert. Letztlich verhindert die Entropiezunahme unendliche Reproduzierbarkeit von Messergebnissen. Mithin ist Identität auch nicht in einem real erreichbaren, unendlichen Grenzfall gegeben. Praktisch heißt das, wir werden weder eine ideale Münze noch eine ideal messbare Welt vorfinden. Es bleibt nur übrig, Identität mit dem vorgestellten Instrumentarium als spezifischen Effekt von Wissensfunktionen zu interpretieren. Da eine Wissensfunktion grundsätzlich die Menge aller realisierbaren Möglichkeiten per unendlicher, komplex alternativer Zahlenmenge übertrifft, ist Identität wohl eine Eigenschaft von Wissensfunktionen nicht aber von physikalischer Realität. In diesem Sinne ist Wissen in der Lage, schon im ersten Schritt des Wurfexperimentes eine "Oberseite" so zu definieren (zu interpretieren), dass sie identisch bei Wiederkehr erkannt wird. Wissen hat sozusagen "Identität" als Wissenseigenschaft in die Welt realer Objekte getragen, indem die Unendlichkeit der Modalität dies ergab. Wie oben angeführt, ist die Fähigkeit zur Nutzung von Identität von fundamentaler Bedeutung für Wissen.

## Entropie, Information und Wissen

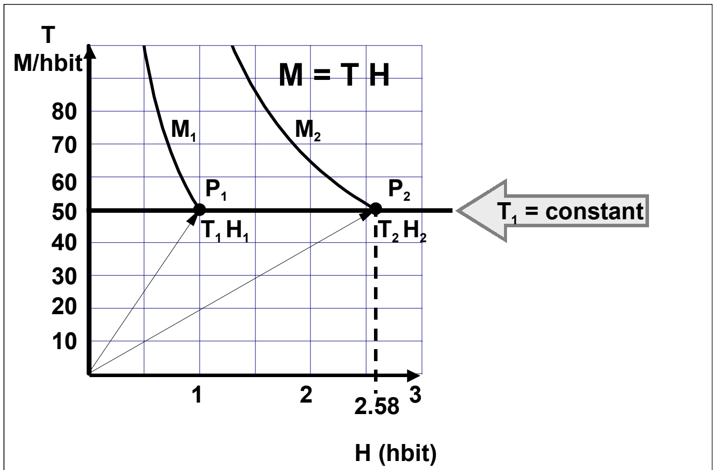



**Figur 4: Zusammengesetzte Häufigkeiten**

Wir haben nun ein Maß für Wissen und es soll der quantitative Zusammenhang zwischen Entropie, Information und Wissen aufgedeckt werden.

Es dürfte analog zum Fensterbild in Figur 1 keine Schwierigkeit sein, in einer Münze als Modalität einen möglichen, kleinen Quader (Würfel) zu sehen. Die Herstellung (Manipulation) mag über Feilen oder Einschmelzen und Neugießen erfolgen. Dieser Vorgang sei durch die Wissensfunktionen in Figur 4 beschrieben. Wir beginnen mit der Wissensfunktion $Q_A$, einer idealen Münze, manipulieren sie und erhalten einen ersten, sehr ungleichmäßigen Quader $Q_B$. Für einen Quader mit 3 alternativen Seiten erhalten wir 3 Konstituenten (sechs Seiten). Ersichtlich enthält $Q_B$ sowohl äußere Unebenheiten (unterschiedliche Höhe der Konstituenten) wie auch die einzelnen alternativen Seiten ungleichmäßig erscheinen

(Unterschiede zwischen den $m_A$-, $m_E$-Werten), womit sich ein großes Innovationspotenzial ∇ (∇ liegt näher zu 1) ergibt, d. h. die Formung des Quaders ist noch weit entfernt vom idealen Gebilde. Diese internen Abweichungen der Konstituenten können z. B. durch einen außerhalb des Quadermittelpunktes liegenden Schwerpunkt erklärt werden. Schließlich - nach einigen weiteren Manipulationen - möge sich $Q_C$ ergeben, womit ein idealer Quader aus einer idealen Münze geschaffen wurde.




Figur 5: Zusammengesetzte Häufigkeiten

Kurve $M_1$ stellt die Beziehung M = T H für die Distribution $Q_A$ der Münze (also für alternative Ereignisse) dar. Alternativität in ihrer Grundform wird mithin als Bezugskurve verwendet. Die rechte Kurve $M_2$ repräsentiert den fertigen Quader. Die Anzahl der Messungen ist durch M gegeben, womit M = T H gilt (siehe Formel 2). Die Hyperbel durch den Punkt $P_1$ stellt also das gesamte Spektrum der Möglichkeiten der T-H-Wertekombinationen für alternative Ereignisse mit der Messanzahl $M_1$ dar. Der Wert T = M / H gibt die Anzahl der Messungen pro Wissenseinheit an, ist also ein Maß für den Messaufwand, der für eine Wissenseinheit geleistet wird. Wir setzen M = 50 Würfe für die Münze an. Für eine ideale Münze (H = 1 hbit) erhalten wir mithin den Punkt $P_1$ mit $T_1$ = 50 Würfe / hbit. Wir fordern nun, dass der aus der Münze zu formenden Würfel mit der gleichen Messsicherheit zu erstellen sei, wie es für die Münze gegeben war. Es soll also $T_1$ (der Messaufwand pro Wissenseinheit) konstant bleiben. Das ist mit der $T_1$-Geraden durch $P_1$ in Figur 5 dargestellt (Pfeil in Figur 5). Da wir für einen Würfel die Anzahl der Konstituenten kennen (L = 3), ergibt sich als maximaler H-Wert: $H_{max}$ = 1 + ld 3 = 2.58 (wie in Figur 5 angegeben). Als M-Wert ergibt sich 50 * 2.58 = 129 Messungen. Mit dieser Anzahl von M = 129 Messungen ergibt sich also pro Wissenseinheit die gleiche Sicherheit (der gleiche Messaufwand) zwischen einfach alternativen und dreifach alternativen Ereignissen. Es steigt also bei Vermehrung von Alternativen der Messaufwand nicht proportional. Die von der Mathematik berücksichtigte Ursache hierfür ist, dass die jeweils letzte Alternative, d. h. der "letzte" Balken einer Häufigkeitsverteilung zur errechnen, also durch Wissen bestimmbar ist, womit der Messaufwand nicht proportional mit der Anzahl der Alternativen steigt. Im Folgenden berechnen wir die genutzte Messenergie E und daraus die physikalische Entropiezunahme ΔS.

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{1:} & \Delta M = M_2 - M_1 = T_1 H_2 - T_1 H_1 = T_1 \left( H_2 - H_1 \right) \\
\mathbf{2:} & \Delta M = T_1 (1 + ld\ L_2 - (1 + ld\ 1)) = T_1 (ld\ L_2 - ld\ 1) \\
\mathbf{3:} & \Delta M = T_1\ ld\ L_2 = \dfrac{M_1}{H_1}\ ld\ L_2 = \dfrac{M_1}{1 + ld\ 1}\ ld\ L_2 = \dfrac{M_1}{1}\ ld\ L_2 \\
\mathbf{4:} & E = \kappa\ M \quad \Rightarrow \quad \Delta E = \kappa\ \Delta M = \kappa\ M_1\ ld\ L_2 \\
\mathbf{5:} & \Delta S_H = \dfrac{\Delta E}{T} = \dfrac{\kappa\ M_1\ ld\ L_2}{T} = \dfrac{E}{T}\ ld\ L \\
\mathbf{6:} & \Delta S_H = S_M\ \ ld\ L \qquad \mathbf{mit:} \quad S_M = \dfrac{E}{T} = \dfrac{\text{Messenergi everbrauch}}{\text{Umgebungst emperatur}}
\end{array}$$

**Formel 6: Berechnung der Entropiezunahme durch Wissensfunktionen**

Wir stellen den Vorgang der Münzmanipulation in einem aus der Physik wohl bekannten T-H-Diagramm (Figur 5) dar, womit Zeile 4 der Formel 2 genutzt wird. Die linke

Zeile 1 der Formel 6 gibt die Differenz ΔM der Anzahl der Messungen zwischen Würfel ($M_2$) und Münze ($M_1$) an. Es wird vorausgesetzt, dass der Messaufwand pro Wisseneinheit gleich sein soll ($T_1$ = const). Für das Humanpotenzial ergibt sich der maximale Wert bei L Konstituenten zu $H_{max} = 1 + \text{ld}\ L$. Dies wird in Zeile 2 verwendet, wobei für Zeile 3 ld 1 = 0 zu berücksichtigen ist. In Zeile 4 übernehmen wir den Zusammenhang zwischen Messhäufigkeit M und Energieeinsatz: E = κ M. Wir unterstellen also linearen Anstieg des Energieeinsatzes mit steigender Messanzahl. Aus der Physik ist für die Entropiezunahme die Formel ΔS = ΔE / T bekannt, in welche wir den Energiebedarf aus Zeile 4 einsetzen. Es ergibt sich in Zeile 5 als Zunahme für die Entropie die Formel: $\Delta S = S_M$ ld L, wobei $S_M$ die Entropie aus Messenergieaufwand E bei gegebener, konstanter Umgebungstemperatur T ist.

Da die Größen E, T, L in Zeile 5, Formel 6 positiv sind, muss $\Delta S_H$ positiv sein. Da ferner die Größe L als Anzahl der modalen Alternativen eingeht, besagt das Ergebnis in

Zeile 6: Die physikalische Entropie wird durch die Anzahl der per Wissen nutzbaren Alternativen L vergrößert. Damit ist erstmalig quantitativ ein Zusammenhang zwischen Alternativität als alleinig aus Wissenseigenschaften heraus erklärbarer Größe und Entropie als einer physikalisch bestimmbaren Größe angegeben.

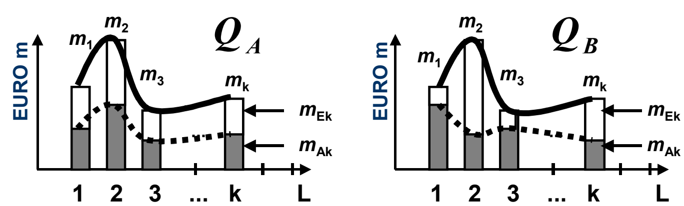
Gehen wir davon aus, dass in ökonomischen Prozessen der Energieverbrauch E möglichst geringe Werte annimmt, für den pro Kopf der Menschheit ein Durchschnittswert anzugeben ist und dass wir eine durchschnittliche Zahl L von genutzten Alternativen pro Mensch angegeben können, ist der Wert $\Delta S_H$ für die Menschheit näherungsweise bestimmbar. Dieser Wert und damit die Entropiezunahme wächst, je mehr Alternativen Menschen zur Gestaltung ihrer Welt einsetzen.

## Ökonomische Anwendungen operabler Wissenseigenschaften

Bisher wurden die operablen Wissenseigenschaften vorwiegend unter Zuhilfenahme naturwissenschaftlicher Begriffe abgeleitet. Wir können die Ergebnisse so zusammenfassen, dass Wissen sich im Normalzustand wie ein Experimentator verhält, dessen Experimente genau die gewünschten, d. h. vorgegebenen Werte ergibt. Im Folgenden werden die Ergebnisse auf ökonomische Gegebenheiten angewandt. Vertiefende Darstellungen sind insbesondere in Kreft 2003 zu finden.

### *Q-Distributionen: Zusammenhänge zwischen Energie, Geld, Wissen.*

Physikalisch setzt Messung die Nutzung von Energie voraus. Die Anzahl der Messvorgänge ist in Wissensfunktionen durch M gegeben, womit für den Energieverbrauch von Wissensfunktionen formal geschrieben werden kann: E (M) (sprich: Energieverbrauch ist abhängig von der Anzahl der Messungen). Für einen großen Geltungsbereich können wir Proportionalität zwischen Energienutzung und Anzahl der Messungen ansetzen, also: $E = \kappa_1 M$. Mit $M = T H$ und $\kappa_1$ als Konstante (siehe Formel 6, Zeile 4). Es ergibt sich: $E = \kappa_1 T H$. Zwischen Energie und Geldmenge G gibt es ebenfalls eine Proportionalbeziehung, die als Energiepreis bekannt ist: $E = \kappa_2 G$. Somit folgt, dass $E = E = \kappa_1 \kappa_2 M$ und schließlich $E = \kappa_1 \kappa_2 T H$ gilt. Letztlich kann auch geschrieben werden: $E / \kappa = M = T H$ (mit $\kappa_1 \kappa_2 = \kappa$), was heißt, es ist allein eine Frage der Faktoren (Eichfaktoren $\kappa_1$ $\kappa_2$ ) ob wir Wissensfunktionen in Energie- oder Geldeinheiten darstellen. Anders ausgedrückt, jede Wissensfunktion kann in eine gleichwertige ökonomische überführt werden. In diesem Falle sprechen wir von besonderen Wissensfunktionen, die wir als Q-Distributionen bezeichnen.




1: $H(Q_B) \le H(Q_A) = H_{\max}$ ; $\nabla = H_{\max} - H = H(Q_A) - H(Q_B)$

2: $H = -\sum_{k=1}^{L} \left(\lambda_{Ak}\,\mathrm{ld}\,\lambda_{Ak} + \lambda_{Ek}\,\mathrm{ld}\,\lambda_{Ek}\right)$ hbit ; $\lambda_{Ak} = \frac{m_{Ak}}{M}$ ; $\lambda_{Ak} = \frac{m_{Ak}}{M}$

3: $H_{\max} = H_S + 1$ $\qquad M = \sum_{k=1}^{L} \left(m_{Ak} + m_{Ek}\right)$

4: $T = \frac{M}{H}$ ; $T_{\min} = \frac{M}{H_S + 1} \le \frac{M}{H_{\max} - \nabla} \le \frac{M}{H_S}$ $\frac{€}{\mathrm{hbit}}$

**Figur 6: Wissensfunktion und Humanpotenzial H**

Wie Q-Distributionen auch rein ökonomisch herzuleiten sind, ist in (Kreft , 2003 und auch Kreft, 2001) im Detail angegeben. Für das Folgende reicht die obige physikalische Herleitung. Die ökonomische Bedeutung der Aufteilung von Konstituenten in zwei Geldwerte $m_A$, $m_E$ bedarf hier einer zusätzlichen Erläuterung.

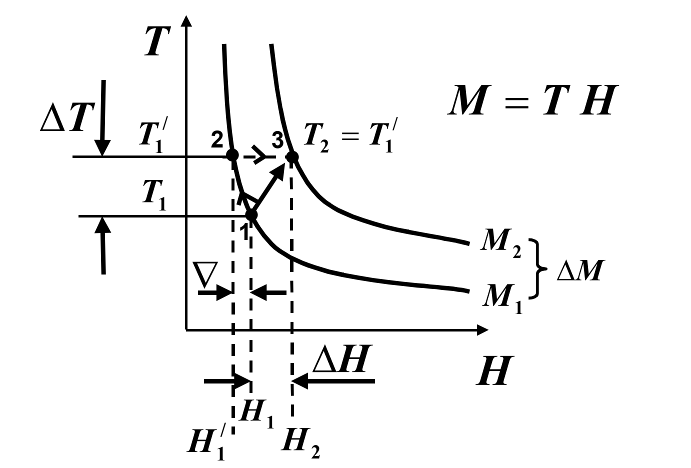
Wir hatten oben für physikalische Experimente festgestellt, dass für $m_A = m_E$ (d. h. $\lambda_A$, $\lambda_E$) Wissen keinen Unterschied zwischen Faktizität und Modalität feststellt, dies der Normalfall für Wissen ist. Auf Q-Distributionen übertragen, heißt das, applikative Aspekte sind gleichwertig zu interpretativen. Es trifft ein, was erwartet wurde. Stimmen $m_A$, $m_E$ nicht überein, ist z. B. der interpretative Wert $m_E$ größer als der applikative $m_A$, würde das z. B. für eine Konstituente "Englisch Kenntnisse" bedeuten: Diese Fähigkeit ist vorhanden, sie liegt aber überwiegend interpretativ vor (wird z. B. an dem entsprechenden Arbeitsplatz nicht in der Anwendung voll ausgeschöpft), die applikative Umsetzung ist dort mit $m_A$ gering bewertet. Im umgekehrten Fall ist der interpretative Anteil $m_E$ gering bewertet, d. h. es ist keine Interpretation erforderlich, die benötigten Englischkenntnisse könnten von einem Automaten erledigt werden, die Zusammenhänge zwischen Aufgabe und Kenntnis sind zwingend (z. B. reine Wortzuordnung Englisch-Deutsch aus einem Wörterbuch).

In Q-Distributionen werden also k (k für die Anzahl der Kenntnisse, Fähigkeiten) Komplex Alternative $\underline{m}_k$ zu einem Vektor zusammengefasst, der in Figur 6 in einem zweidimensionalen Gebilde dargestellt ist. Dort sind mit $Q_A$, $Q_B$ zwei unterschiedliche Q-Distributionen angegeben.

Letztlich haben wir mit der Anwendung der Shannonformel und ihr Ergebnis in Figur 2 bereits eine Q-Distribution mit nur einer Konstituente analysiert, d. h. wir können die dort gefundenen Ergebnisse auf größere Q-Distributionen mit mehr Konstituenten übertragen. Das ist für die Werte H, $\nabla$ wie sie in Zeile 1,2 der Formel in Figur 6 angegeben sind, durchgeführt. Zeile 2 zeigt die erweiterte Anwendung der Shannon Formel für komplette Q-Distributionen zur Ermittlung von H an. H repräsentiert das Humanpotenzial einer Person, welche über die Kenntnisse, Fähigkeiten der Q-Distribution verfügt. Zeile 3 zeigt, dass das maximale Humanpotenzial $H_{max}$ (gegeben für paarige Aufteilung der Konstituenten $m_{Ak} = m_{Ek}$) um eine Einheit größer ist als der vergleichbare Wert, der nach der herkömmlichen Shannonschen Methode errechnet wird: $H_{max} = H_S + 1$. $H_S$ ist als die pure Shannoninformation einer Q-Distribution zu charakterisieren, die sich aus der äußeren Erscheinungsform (also aus ihrer Verteilungscharakteristik) ableitet. Da die äußere Erscheinung von Q-Distributionen allein durch die Geldwerte $m_k$ bestimmt wird, diese quasi die Wechselwirkung des Wissens mit anderem Wissen (z. B. in Form von Angebot, Nachfrage) darstellt, repräsentiert der Shannonsche Informationswert $H_S$ einer Q-Distribution diese wechselweise Bewertung des Wissen. Ist die äußere Erscheinung der Konstituentenwerte gleichmäßiger, wird $H_S$ größer. Im Falle größerer Unebenheit, Zackigkeit verkleinert sich $H_S$. In diesem Sinne enthält jedes Humanpotenzial mit $H_S$ einen Anteil, der von der äußeren Erscheinungsform, d. h. der Wechselwirkung des Wissens mit anderem Wissen abhängt.

Im Gegensatz zu diesen äußeren Eigenschaften werden die inneren Eigenschaften vom Innovationsimpuls $\nabla = H_{max} - H$ widergespiegelt. $\nabla$ ist um desto größer je mehr die innerer Struktur einer Q-Distribution von ihrer äußeren abweicht (siehe gepunktete Linien in $Q_A$, $Q_B$). Somit ist der Innovationsimpuls $\nabla$ in $Q_B$ größer als der in $Q_A$. $\nabla$ ist auch hier wie eine Distanz zur Identität aufzufassen und liegt in allen Fällen im Bereich: $0 \leq \nabla \leq 1$. Mit einem Wert näher zu 1 wird Nähe zu Identität angezeigt. T ist proportional zu M (siehe Zeile 4, Figur 6), wobei in M sämtliche Geldwerte $m_k$ der Einzelkonstituenten der Q-Distribution aufsummiert sind. Die Dimension von T ist Geldmenge pro human bit. Je größer T ist, desto mehr ist ein human bit wert, desto größer ist der Beitrag einer Wisseneinheit zum Umsatz.. Da H auch von der innerer Struktur einer Q-Distribution abhängt, folgt, dass T mit Zunahme des Innovationsimpulses $\nabla$ ansteigt.

## *Geldwert und Wissen*




**Figur 7: TH-Diagramm Geld- und Wissenswerte**

Wir können die obigen physikalisch geprägten Überlegungen zu Figur 5 problemlos auf ökonomische Zusammenhänge übertragen, da Energiemengen (z. B. zur Durchführung von Messungen) durch Preise mit Geldmengen gekoppelt sind. Werden also die Energiewerte von Konstituenten in Geldmengen gewandelt, ergibt sich jeder der bisher verwendeten Distributionen einen Geldverteilung über Kenntnisse und Fähigkeiten, die wir als ökonomische Distribution Q-Distribution nennen.

$$\mathbf{1:}\quad \Delta M = M_2 - M_1 = T_2\,H_2 - M_1 = T_1^{/}H_2 - M_1 \;\;\textbf{; with}\;\; T_2 = T_1^{/}$$

$$\mathbf{2:}\quad \Delta M = \frac{M_1}{H_1^{/}}H_2 - M_1 = \frac{M_1H_2 - M_1H_1^{/}}{H_1^{/}} \;\;\textbf{; with:}\;\; \nabla = H_1 \textbf{ - } \mathrm{H}_1^{/}$$

$$\mathbf{3:}\quad \Delta M\,H_1^{/} = M_1H_2 - M_1H_1^{/} = M_1\left(H_1 + \Delta H\right) - M_1H_1^{/}$$

$$\mathbf{4:}\quad \Delta M\left(H_1 - \nabla\right) = M_1\left(H_1 + \Delta H\right) - M_1\left(H_1 + \nabla\right) \quad \textbf{with:}\;\; \nabla = H_1 \textbf{ - } \mathrm{H}_1^{/}$$

$$\mathbf{5:}\quad \Delta M\left(H_S - \nabla\right) = M_1\left(\nabla + \Delta H\right)$$

$$\mathbf{6:}\quad \frac{\Delta M}{M} = \frac{\nabla + \Delta H}{H - \nabla}$$

**Formel 7: Ableitung Zusammenhang Wissen, Geldwertzuwachs**

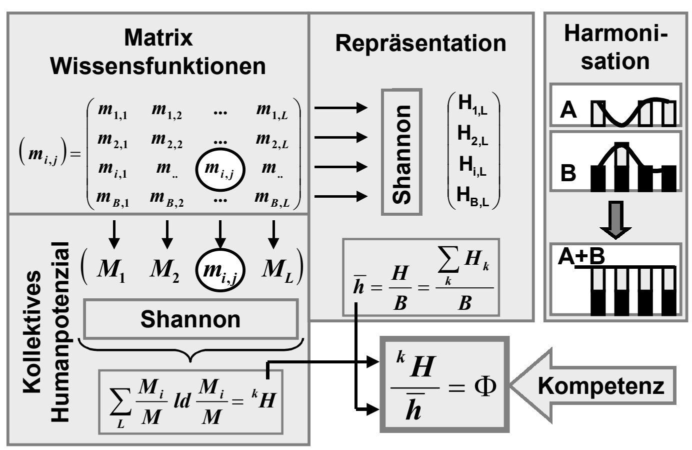
Die beiden Hyperbeläste der Figur 7 sind jeweils die Orte sämtlicher Kombinationen von T, H-Werten zu einem gegebenen M-Wert. Die Bewegung von der $M_1$–Kurve zur $M_2$–Kurve ist mathematisch in Formel 6 ausgeführt.

In Zeile 1 der Formel 7 starten wir mit der Situation an Punkt 1 der Figur 7, passieren Punkt 2 und erreichen über Zeile 6 Punkt 3. Die Bedeutung des Ergebnisses in Zeile 6 liegt darin, dass auf der linken Seite allein Geldwerte ($\Delta M$ / M) und auf der rechten ausschließlich operable Wissenseigenschaften zu finden sind. Es ist sofort ersichtlich, dass der Innovationsimpuls $\nabla$ den größten Beitrag zu einer Wertänderung der linken Seite liefert, da er bei Erhöhung im Zähler wie im Nenner zur einer Wertsteigerung des rechtsseitigen Bruches beiträgt. Das gilt für keine der anderen Größen. Damit dominiert als Wissenseigenschaft Innovation eine Geldwerterhöhung. Da nach den obigen Ausführungen der Innovationsimpuls $\nabla$ wie eine Distanz zur Identität gedeutet werden kann, bedeutet dies Ergebnis auch: Je weiter wir uns von der gewohnten Sicht (Identität) entfernen, desto größer die Chance der Wertsteigerung. Aus Figur 7 wissen wir, dass $\nabla$ den $H_1$–Wert nach links zu höheren Temperaturwerten verschiebt, d. h. die Temperatur erhöht sich, es geht Identität ($\lambda_{Ak} = \lambda_{Ek}$) verloren. Die Bewegung zwischen Punkt 1 und 2 folgt aus der Änderung der inneren Struktur der Q-Distribu-tion, was in Figur 4 zwischen $Q_A$, $Q_B$ angezeigt war. Der Schritt von Punkt 2 zu 3 wird auf dem konstanten Temperaturniveau $T_2$ vollzogen, wobei der Geldwert M + $\Delta M$ erreicht wird. Diese Bewegung kann interpretiert werden als die Beobachtung einer Nicht-Identität auf einem niederen Geldwertniveau wozu auf einem höheren Level wieder eine Identität gefunden wurde. Die Zunahme des Humanpotenzials wird durch $\Delta H$ dargestellt und verursacht in jedem Falle eine Zunahme des Geldwertzuwachses. Das kann so ausgedrückt werden, je größer der Wissenshub ist, desto höhere Geldwertzuwächse können geschaffen werden. Der einzige Term, der eine Verminderung des Geldwertzuwachses bei Erhöhung verursacht, ist die Gesamtmenge des zur Verfügung stehenden Humanpotenzials H. Wir können das so sehen: Je größer H, desto mehr Wissenskonstituenten sind gegeben, desto komplizierter ist es, eine neue Identität zwischen all den vielen Möglichkeiten (Modalitäten) zu finden. Starten wir auf einem niedrigen Niveau von H, ist es einfacher, eine Innovation zu finden. Genau dies können wir in modernen Ökonomien und ihren Gesellschaften beobachten. Je höher das Wissensniveau desto komplizierter ist es, einen Wertsteigerungseffekt des Wissens zu finden.

## *Kompetenz und Rationalisierungspotenzial in Firmen*

Kompetenz kann ökonomisch als die Menge von Wissenskonstituenten aufgefasst werden, die eine Firma befähigt, ökonomische Wettbewerbe erfolgreich zu gestalten. Im Folgenden wird Kompetenz für operable Wissenseigenschaften mathematisch definiert.

In der Figur 8 sind in der linken oberen Matrix verschiedene Wissensfunktionen zusammengefasst. Das können z. B. all die Wissensfunktionen der Mitarbeiter einer Firma oder einer Abteilung sein. Um einen Messwert für Kompetenz zu erhalten, werden auf diese Matrix mathematisch zwei verschiedene Verfahren angewandt. Das erste ergibt als Wert das sogenannte kollektive Humanpotenzial $^kH$, das zweite führt zum Mittelwert h des Humanpotenzials. Im linken Teil der Figur 8 ist dargestellt, wie zur Ermittlung des kollektiven Humanpotenzials zunächst die Konstituentenwerte spaltenweise addiert werden, anschließend wird die Shannonsche Formel in der bekannten Weise auf diese überlagerte Q-Distribution angewandt, womit sich mit $^kH$ das kollektive Humanpotenzial ergibt. Ergänzen sich die addierten Spalten so, dass das Ergebnis gleichmäßiger ausschaut, wird das kollektive Humanpotenzial $^kH$ ansteigen, die Kenntnisse, Fähigkeiten ergänzen sich.

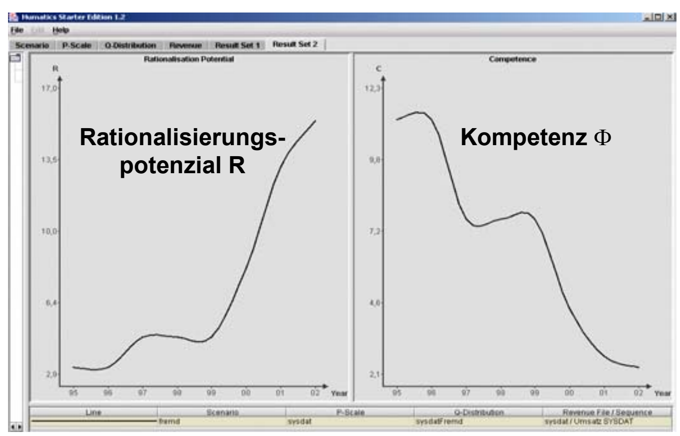



Figur 8: Kompetenz als operable Wissenseigenschaft

Für die Mittelwertbildung des Humanpotenzials werden sämtliche einzelnen Humanpotenzialwerte der Zeilen der Matrix ermittelt und addiert und anschließend durch die Anzahl der Zeilen dividiert. Es ergibt sich h als Mittelwert. Dividieren wir nun $^kH$ durch h erhalten wir einen Wert Φ, den wir als Kompetenz bezeichnen können. Dies wird intuitiv einsichtig, da mit steigendem kollektivem Humanpotenzial $^kH$ die Kenntnisse, Fähigkeiten in ihren Werten gleichmäßiger verteilt sind. Ist nun gleichzeitig h klein, heißt das, es müssen sich im Mittel die recht "kurzen" (also spezifischen Q-Distributionen) der Mitarbeiter zu einer sehr gleichmäßigen Einheit des kollektiven Humanpotenzials ergänzen. Was der eine an Wissenskonstituente nicht hat, hat der andere, damit steigt die Kompetenz.

Es sollte hier erwähnt werden, dass über den Mittelwert h Kompetenz mit dem Rationalisierungspotenzial in einer Firma zusammenhängt. Das Rationalisierungspotenzial indiziert, wie oft eine Kenntnis, Fähigkeit auftaucht. Derart lässt sich aus dem Kompetenzwert ermitteln, bei welcher minimalen Anzahl von Mitarbeitern die Kompetenz noch erhalten bleibt, d. h. jede Konstituente mindestens einmal vorhanden ist.

## *Erste Ergebnisse aus Anwendungen in Betrieben.*




**Figur 9: "Screen-Shots" System Data AG, Potsdam**

Zwischen September 2001 und Februar 2002 wurde, durch das Land Brandenburg gefördert, ein Pilotprojekt bei der Firma System Data AG, Potsdam zum praktischen Test der operablen Wissenseigenschaften durchgeführt. Die Methoden wurden auf die in der Firma zur Verfügung stehenden Controllingdaten für einen Zeitraum zwischen 1995 bis 2002 angewandt. Da die Firmenentwicklung im Nachhinein bekannt war, war die Frage zu beantworten, in wie weit unter Nutzung operabler Wissenseigenschaften Details der Firmenentwicklung sichtbar wurden, die nicht mit anderen Methoden zu erkennen sind. Dieser Test, wie auch ein kleinerer in einer Bankorganisation ist äußert positiv verlaufen. Als ein Ergebnis werden hier die Grafiken zum Verlauf der Kompetenz und des Rationalisierungspotenzials in Figur 9 dargestellt. Zur Errechnung der Daten wurde eine standardisierte Software verwendet, die in einem Kernel die mathematischen Methoden zur Verfügung stellte (HKS, Humtics-Kernel-Software). Die Kurven zeigen den Verlauf von Kompetenz (rechte Bildseite in Figur 9) und Rationalisierungspotenzial (linke Bildseite). Zunächst zeigen die Kurven eine drastische Abnahme der Kompetenz. Dies aus Wissensfunktionen errechnete Ergebnis wurde vom Management bestätigt, da während des betreffenden Zeitraumes die Firma sich in einer starken Expansionsphase befand und daraus folgend neue Mitarbeiter mit vergleichbaren Kenntnissen, Fähigkeiten eingestellt hat. Aus den obigen Ableitungen ergibt sich, dass für diesen Fall das Maß der Kompetenz abnehmen muss, wobei im selben Maß das Rationalisierungspotenzial zunimmt, da Kenntnisse, Fähigkeiten vielfach redundant auftreten (linke Seite, Figur 9). Der Sattel in der rechen Bildseite zwischen 1997 and 1999 zeigt eine Stabilisierung an, die ebenfalls von der Geschäftsleitung bestätigt wurde. Während der Zeit wurden neue Mitarbeiter mit bis dahin nicht vorhandenen Kenntnissen, Fähigkeiten eingestellt.

Zusammenfassend lässt sich aus den Ergebnissen ableiten, dass unter Einbeziehung der Methoden der operablen Wissenseigenschaften kritische Entwicklungen für das Management frühzeitiger zu erkennen sind.

## Einbeziehung biologischer Systeme

$$\mathbf{1:}\quad \Delta S = \Delta S_P + \Delta S_B + \Delta S_H$$

$$\mathbf{2:}\quad \Delta S = \frac{E_P}{T} + \frac{E_B}{T}\, ld\, L_B + \frac{E_H}{T}\, ld\, L_H$$

$$\mathbf{3:}\quad T\ \Delta S_H = E_P + E_B\ ld\, L_B + E_H\ ld\, L_H$$

**Formel 8: Gesamtes Entropiewachstum**

Auch biologische Systeme nutzten Information zur Gestaltung der Welt. Wir können ganz analog zu der mathematischen Analyse in Formel 8 die durch biologische Systeme verursachte Entropiezunahme angeben. Der Unterschied ist, dass die von biologischen Systemen nutzbare Anzahl von Alternativen $L_B$ im Wesentlichen durch einen Gencode bestimmt werden dürfte. Wir gehen hier davon aus, dass dieser Wert $L_B$ als annähernd konstant (bzw. mit wesentlich geringerer Variabilität als für Menschen) anzusetzen ist. So wird beispielsweise der Nestbau eines Vogeltyps durch eine konstante Anzahl L von Alternativen beschreibbar sein, die Ausgestaltung einer Pflanze entsprechend. Beziehen wir die in der Natur vorliegende, physikalisch bedingte Entropiezunahme $S_P$ mit ein, ergibt sich nun unter Verwendung der Indizes für Natur (Physik) P, Biologie B und Mensch H:

In Formel 8 ist die gesamte in der Natur beobachtbare und aus drei Teilen zusammengesetzte Entropiezunahme angegeben. Das erste Glied $E_P$ wird durch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik bestimmt (siehe Einführung zu diesem Artikel) und stellt die natürlich gegebene Entropiezunahme der Natur dar. Das zweite Glied stellt den biologischen Teil dar. Diese beiden Glieder sind im Vergleich zum Dritten Glied über längerer Zeiträume konstant. Das dritte Glied steigt mit der Zunahme der von Menschen genutzten Alternativen, d. h. steigt durch das zur Anwendung kommende Wissen. Da lokale Entropiezunahmen nicht vom Rest des Universums abzukoppeln sind (Beispiel Kaffeetasse), wird also die Entropiezunahme in einem Universum mit Wissen größer sein als die in Universen ohne Wissen.

Ein Unterschied zwischen der durch Wissen erzeugten Entropiezunahme $\Delta S_H$ und den physikalischen wie biologischen springt sofort ins Auge. Es ist die Diskontinuität in der Größe $L_H$. Die physikalische Entropiezunahme hängt nicht von einer Zahl L ab. Die von biologischen Systemen genutzte Anzahl von Alternativen $L_B$ dürfte aus den darwinschen Prinzipien heraus erklärbar sein, ist also mit einer Kontinuität behaftet, da sie von vergangenen Ereignissen abhängt. In Zeiten eines Selektionsdruckes wird es ein stärkere Veränderung von L geben, in Zeiten des biologischen Gleichgewichtes wird L über längere Zeiträume konstant bleiben. Eine solche Vergangenheitsbezogenheit ist für die per Wissen gesetzte Größe $L_H$ nicht gegeben. Wir können also zwischen der kontinuierlichen Innovation der biologischen Natur und der diskontinuierlichen Sprunginnovation des Wissens unterscheiden. Wissen kann in kürzester Zeit Sprünge in der Anzahl der erkannten und genutzten Alternativen $L_H$ vollführen. Das kommt in der durch Menschen veränderten Welt zum Ausdruck, die über alle Maßen der bisher bekannten biologischen hinausgeht.

## Abschließende Bemerkung

Ein Aspekt der operablen Wissenseigenschaften dürfte sein, dass viele Eigenschaften beschrieben werden, die auch generell für Wissen zutreffen. So darf vermutet werden, dass operable Wissenseigenschaften auch im Bereich der Sozialwissenschaften ganz allgemein auf fruchtbaren Boden fallen könnten. Modellanwendungen auf Gesellschaften lieferten erste bemerkenswerte Ergebnisse (siehe Kreft, 2003). So kann Ausbildung als Förderung interpretativer Wissenseigenschaften verstanden werden, während die Wirtschaft die applikative Nutzung darstellt. Wird eine breite – also nicht auf ökonomische Zwecke ausgerichtete Bildung gefördert – erhöht sich im Wirtschaftsektor die Chance für Innovationen. Wissen verfügt über einen größeren interpretativen Rahmen. Arbeitslosigkeit scheint nach ersten Modellergebnissen ein Ergebnis der ungleichen Förderung (Bewertung) von Wissen in Bildung und Wirtschaft zu sein. Je mehr sich ein Bildungssektor auf spezifisches Wissen einstellt, desto geringer ist die Bandbreite entwickelter wie nachgefragter Produkte. Bildungsschwache Konsumenten fragen kaum Produktvariabilität nach, da ihnen schlicht Kenntnisse z.B. zum Bedienen von Musikinstrumenten fehlen. Die bildungsschwachen Ingenieure, Manager sind nicht mehr in der Lage, kreative Lösungen zu finden. Die Ergebnisse zeigen ziemlich unmissverständlich, dass die Beseitigung der Arbeitslosigkeit die Ankurbelung eines wettbewerbsstarken Bildungssektors voraussetzt. Kurzgefasst ist das Resultat: Marktwirtschaft schafft per Rationalisierung Freizeit, diese wird in den Gesellschaften nicht zur Erweiterung des Wissenshorizontes der Menschen genutzt, womit die Möglichkeit zur Innovation auf breiter Wissensbasis fehlt.

Im vorstehenden Sinne deutet Vieles darauf hin, dass die naturwissenschaftliche Fundierung von Wissenseigenschaften auch von erheblicher gesellschaftlicher Relevanz ist. Damit würden naturwissenschaftliche Ansätze und Denkweisen auch in Sozialwissenschaften Geltung erlangen, was einen Paradigmenwechsel im Kuhnschen Sinne (Kuhn, 1962) in diesen Wissenschaften vorbereiten könnte.

H.-D. Kreft

## Literatur:

**Hayek, 1936, Economics and Knowledge**, Vortrag, London Economic Club 1936

www.virtualschool.edu/mon/Economics/HayekEconomicsAndKnowledge.html

**Kuhn, Thomas S., 1962**, The structure of scientific revolutions

(The University of Chicago Press Ltd. London, ISBN 0-226.45803-3)

**Kreft H.D., 2003**, Humatics – Theorie der operablen Wissenseigenschaften

Geld und Wissen, Weissensee-Verlag, Berlin, ISBN 3-89998-021-2

**Shannon C.E., 1948**, A Mathematical Theory of Communication

http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannonday/shannon1948.pdf

**Weizsäcker, Carl Friedrich von, 1971**, Die Einheit der Natur, Carl Hanser Verlag, München, ISBN 3-466-11386- X

**Weizsäcker, Carl Friedrich von., 1985**, Der Aufbau der Physik, München, ISBN 3-446-14142-1